Понятие множества. Мощность множества.Операции над множествами.

Понятие множества.

Определение 1.*Множеством* называется совокупность некоторых объектов, объединенных в одно целое по какому – либо признаку.

Объекты, из которых состоит множество, называются его *элементами.*

Обозначаются заглавными буквами латинского алфавита $A, B, \ldots, X, Y, \ldots$, а их элементы обозначаются малыми буквами $a, b, \ldots, x, y$.

Определение 1.1.Множество, не содержащее ни одного элемента, называется *пустым* и обозначается символом $\varnothing$.

Множество можно задать пересечением и описанием.

Пример: $A=\{2,4,10\}$; $X=\{x: 0\leq x\leq 3\}$.

Определение 1.2. Множеством *A* называется подмножеством *B*, если каждый элемент множества *A* является элементом множества *B*. Символически это обозначают так: $A\subset B$ (*A* содержится в *B*).

Определение 1.3. Два множества *A* и *B* называются *равными*, если они состоят из одних и тех же элементов ($A = B$).

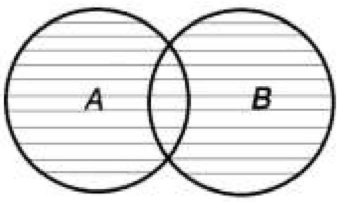
<u>Операции над множествами.</u>

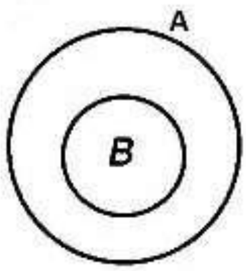
Определение 1.4. Объединением или суммой множеств *A* и *B* называется множество, состоящее из элементов, каждый из которых принадлежит хотя бы одному из этих множеств.

Объединение множеств обозначают $A\cup B$ (или $A + B$). Кратко можно записать $A\cup B = \{x: x\in A \text{ или } X\in B\}$.

$A\cup B= A + B$

Если $B\subset A$, то $A + B=A$



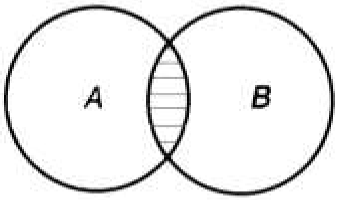


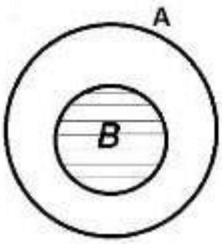
Определение 1.5. Пересечением или произведением множеств *A* и *B* называется множество, состоящее из элементов, каждый из которых принадлежит множеству *A* и множеству *B* одновременно. Пересечение множеств обозначают $A\cap B$ (или $A\cdot B$). Кратко можно записать:

$A\cap B = \{x: x\in A \text{ или } X\in B\}$.

$A\cap B = A\cdot B$

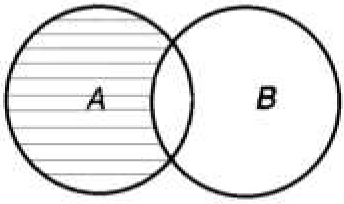
Если $B\subset A$, то $A\cdot B= B$



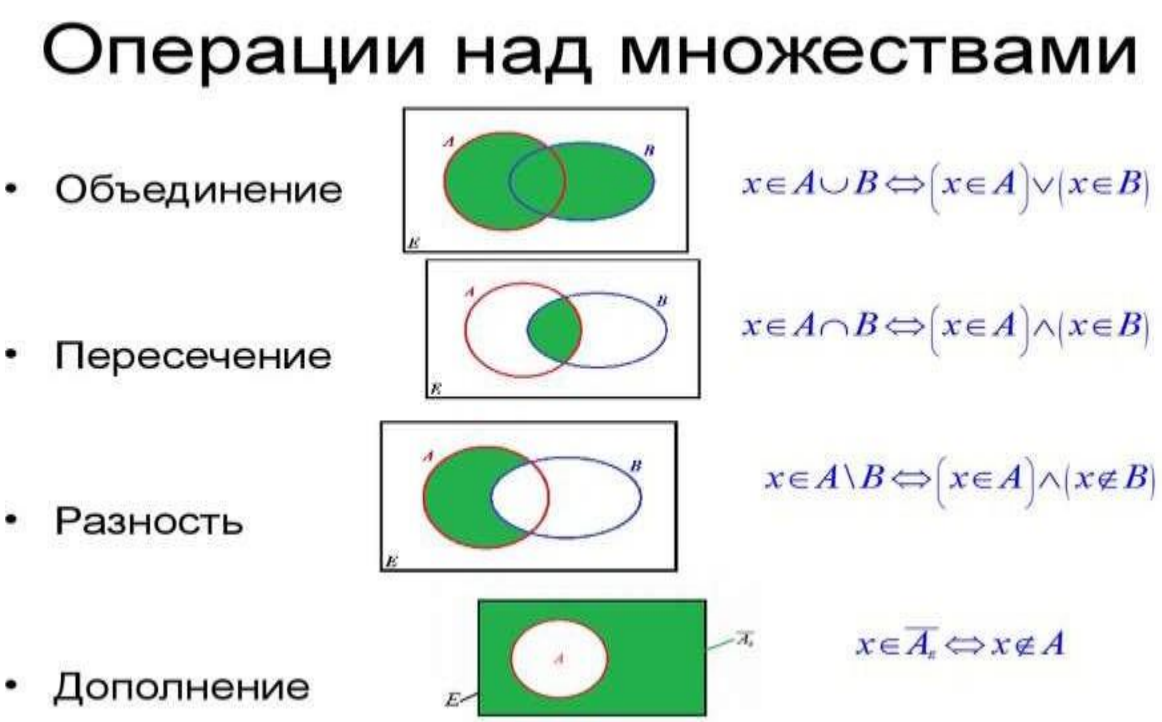


Определение 1.6. Разностью множеств *A* и *B* называется множество, каждый элемент которого является элементом множества *A*и не является элементом множества *B*. Разность множеств обозначают *A*/*B*. По определению *A*/*B* = $\{x: x \in A\ \textit{или}\ X \notin B\}$.

A/*B* =*A*–*B*




Операции над множествами
Объединение множеств
A ∪ B = {все элементы, принадлежащие хотя бы одному из множеств A и B}
A
B
C = A ∪ B
C = A ∪ B
C = A ∪ B
Пересечение множеств A ∩ B = {все элементы, принадлежащие как A, так и B}
C = A ∩ B
C = ∅
C = A ∩ B = B
Разность множеств A \ B ={x: x ∈ A, x ∉ B}
C = A \ B
C = A \ B = A
C = A \ B
Симметрическая разность множеств A Δ B =(A \ B) ∪ (B \ A)
C = A Δ B
C = A Δ B = A ∪ B
C = A Δ B = A \ B


Операции над множествами
• Объединение
x∈A∪B ⇔ (x∈A)∨(x∈B)
• Пересечение
x∈A∩B ⇔ (x∈A)∧(x∈B)
• Разность
x∈A\B ⇔ (x∈A)∧(x∉B)
• Дополнение
x∈Ā_E ⇔ x∉A
A
B
E

Множества, элементами которых являются числа, называются *числовыми*.

Примерами числовых множеств являются:

$N = \{1, 2, 3, \ldots, n, \ldots\}$ - множество натуральных чисел.

$Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm n, \ldots\}$ - множество целых чисел.

$Q = \left\{\frac{m}{n}, m \in Z, n \in N\right\}$ - множество рациональных чисел.

R– множество действительных чисел.

Множество R содержит рациональные и иррациональные числа. Всякое рациональное число выражается или конечной десятичной дробью или бесконечной периодической дробью. Так, $\frac{1}{2} = 0{,}5$; $\frac{1}{3} = 0{,}333$ … – рациональные числа.

Иррациональное число выражается бесконечной непериодической десятичной дробью. Так, $\sqrt{2}$ = 1,41421356...; π= 3,14159265....... иррациональное число.

K– множество комплексных чисел (вида $Z=a+bi$)

$R \subset K$

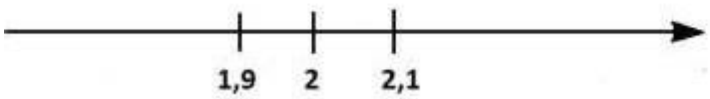
Определение 1 7. ε – окрестностью точки x_0 называется симметричный интервал $(x_0 - \varepsilon; x_0 + \varepsilon)$, содержащий точку x_0.

В частности, если интервал $(x_0 - \varepsilon; x_0 + \varepsilon)$, то выполнятся неравенство $x_0 - \varepsilon < x < x_0 + \varepsilon$, или, что то же, $|x - x_0| < \varepsilon$. Выполнение последнего означает попадание точки x в ε – окрестность точки x_0.

Пример 1:

$x_0 = 2$, $\varepsilon = 0{,}1$.

(2 – 0,1; 2 + 0,1) или (1,9; 2,1) – ε– окрестность.



$|x - 2| < 0{,}1$

$-0{,}1 < x - 2 < 0{,}1$

$2 - 0{,}1 < x < 2 + 0{,}1$

$1,9<x<2,1$

Пример 2:

A– множество делителей 24;

B– множество делителей 18.

$A=\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$.

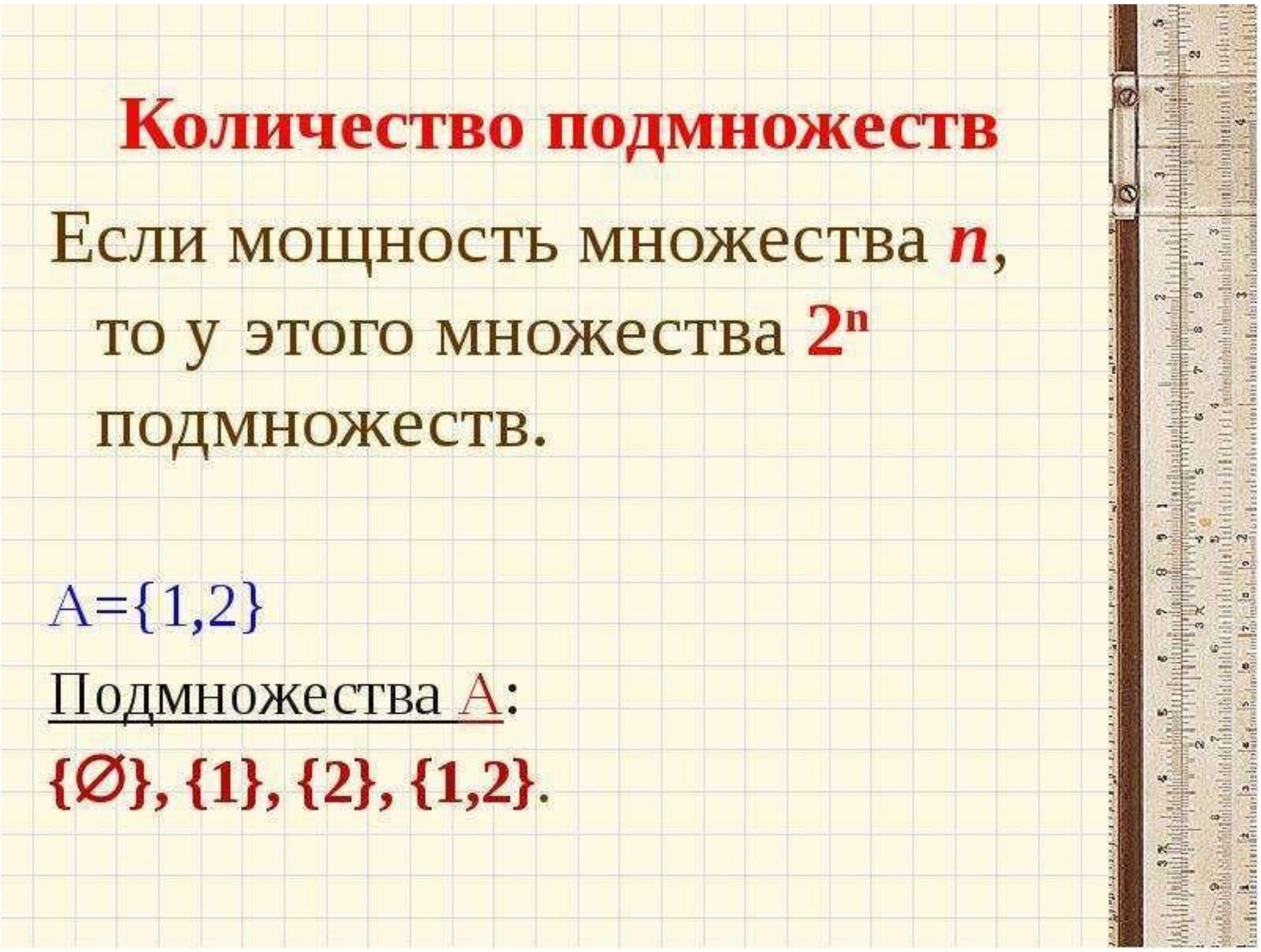
$B=\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$.

$A\cup B= A+B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24\}$

$A\cap B = A\cdot B = \{1, 2, 3, 6\}$

$A / B = A - B = \{4, 8, 12, 24\}$

<u>Мощность множества.</u>


Количество подмножеств
Если мощность множества n, то у этого множества 2n подмножеств.
A={1,2}
Подмножества A:
{∅}, {1}, {2}, {1,2}.

1.4. Классификация множеств. Мощность множества

Множество, содержащее конечное число элементов, называется **конечным**. Пустое множество является *конечным* и имеет мощность, равную нулю, т.е. $|\varnothing| = 0.$ Множество, не являющееся конечным, называется **бесконечным.**

Бесконечное множество, эквивалентное множеству натуральных чисел N, называется **счётным**. В противном случае бесконечное множество будет **несчётным**.