

1 курс

ПЛАН – КОНСПЕКТ
проведения практических занятий № 33-34
по дисциплине «Математика»

Раздел 13. Элементы комбинаторики, статистики, теории вероятностей

Тема № 13.3: «Вероятность в профессиональных задачах»

Подготовил: преподаватель
В.Н. Борисов

Рязань
2026

Практические занятия № 33-34 «Вероятность в профессиональных задачах»
по Теме № 13.3 «Вероятность в профессиональных задачах»

Цель занятий: изучить со студентами основные сведения теории вероятностей, события (основные понятия, термины, определения, зависимости), совместные и несовместные события, комбинацию событий, противоположные события, вероятность события (определение, вычисление, сложение вероятностей, теорему о вероятности суммы событий, зависимые и независимые события, умножение вероятностей, теорему вероятности произведения событий, оценку вероятности события, статистическую вероятность, относительную частоту события, свойство её устойчивости, статистическое определение вероятности, решение задач на применение указанных понятий, терминов, определений, зависимостей.

Виды занятий: классно-групповые, комбинированные (по повторению, проверке знаний, умений по пройденному материалу, применению на практике полученных знаний).

Методы проведения занятий: повторное доведение основных теоретических сведений, выполнение практических заданий.

Время проведения: 4 ч (2 занятия по 2 часа)

Основные вопросы:

1. Оценка вероятности события. Статистическая вероятность. Относительная частота события, свойство её устойчивости. Статистическое определение вероятности.
2. Практическое применение полученных знаний – решение задач.

Литература:

1. [1 учебник раздела «Основные печатные и электронные издания» рабочей программы изучения дисциплины]: Алимов Ш.А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11 класс. Учебник. Базовый и углубленный уровень./Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева и др. — 13-е изд., стер. — 463 с., – Москва: Просвещение, 2025, ISBN 978-5-09-127034-1. — Текст: электронный // ЭБС Лань — URL: <https://e.lanbook.com/book/497603> (печатный: ISBN 978-5-09-120157-4), 336-363 (части 7,8) § 65-70 (2012-2017,2025 годы издания, глава XII).

Примерный расчет времени (по каждому занятию):

1. Вступительная часть – 20 мин.
2. Основная часть – 60 мин.

3. Заключительная часть – 10 мин.

Вступительная часть (по каждому занятию):

Занятия начать с объявления темы занятия, основных рассматриваемых вопросов, времени изучения темы (повторение пройденного материала), опроса по пройденному материалу, закрепления на практике полученных знаний, перечисления литературы.

Основная часть (повторение пройденного материала, выполнение практических заданий, по каждому занятию):

Основные сведения по следующим вопросам:

1. Теория вероятностей. События. Основные понятия, термины, определения, зависимости. Совместные и несовместные события.
2. Комбинация событий. Противоположные события.
3. Вероятность события. Определение. Вычисление.
4. Сложение вероятностей. Теорема о вероятности суммы событий.
5. Зависимые и независимые события. Умножение вероятностей. Теорема вероятности произведения событий.
6. Оценка вероятности события. Статистическая вероятность. Относительная частота события, свойство её устойчивости. Статистическое определение вероятности.
7. Практическое применение полученных знаний – решение задач.

представлены в первом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на с. 336-363 (часть 8) § **65-70** (2012-2017,2024 годы издания, Глава XII), План-Конспекте лекционного занятия № 54.

Первый вопрос: Оценка вероятности события. Статистическая вероятность. Относительная частота события, свойство её устойчивости. Статистическое определение вероятности.

Сведения по данному вопросу представлены в первом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на с. 354-358 (часть 8) § **70** (2012-2017,2025 годы издания, Глава XII).

Статистическая вероятность.

Определение вероятности, сформулированное в § 67, называется *классическим определением вероятности*. Оно применяется, когда теоретически удаётся выявить все элементарные равновозможные исходы испытания и определить благоприятствующие исследуемому событию исходы. В этом случае число элементарных исходов испытания конечно и выражается конкретным числом. Однако на практике — при изучении случайных явлений в естествозна-



Рис. 169

нии, экономике, медицине, производстве — часто встречаются испытания, число возможных исходов которых необозримо велико. А в ряде случаев до проведения реальных испытаний трудно или невозможно установить

равновозможность исходов испытания. Например, до многократного подбрасывания кнопки (рис. 169) трудно представить, равновозможны ли её падения «на плоскость» и «на остриё». Поэтому наряду с классическим на практике используется и так называемое *статистическое определение вероятности*. Для знакомства с ним требуется ввести понятие *относительной частоты*.

Определение 1. *Относительной частотой события A в данной серии испытаний называют отношение числа испытаний M , в которых это событие произошло, к числу всех проведённых испытаний N . При этом число M называют частотой события A .*

Относительную частоту события A обозначают $W(A)$, поэтому по определению

$$W(A) = \frac{M}{N}. \quad (1)$$

Задача 1

Во время стрельбы по мишени было сделано 25 выстрелов и зарегистрировано 15 попаданий. Какова относительная частота попадания по мишени в данной серии выстрелов?

- Событие A — попадание по мишени, произошло в 15 случаях, т. е. $M = 15$. Общее число испытаний (выстрелов) $N = 25$. По формуле (1) имеем $W(A) = \frac{M}{N} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0,6$.

Ответ 0,6. ◀

Если проводить реальное испытание с подбрасыванием монеты и наблюдать за относительной частотой появления, например орла, в каждой серии испытаний, то можно заметить следующий факт: чем больше проводится испытаний, тем всё меньше относительная частота появления орла отличается от 0,5, т. е. от значения вероятности этого события в классическом понимании.

Этот факт подтверждают и дошедшие до нас исторические сведения.

Известно, что в XVIII в. французский естествоиспытатель Жорж Луи Леклерк де Бюффон (1707—1788) провёл 4040 испытаний с подбрасыванием монеты. В результате чего наблюдал появление орла 2048 раз. Таким образом, Бюффон получил относительную частоту появления орла, равную $\frac{2048}{4040} \approx 0,5069$. В начале XX в. английский

учёный Карл Пирсон (1857—1936) провёл с помощью своих учеников 24 000 аналогичных испытаний и наблюдал 12 012 появлений орла. Относительная частота события у Пирсона оказалась равной $\frac{12012}{24000} \approx 0,5005$.

Определение 2. *Статистической вероятностью* называют число, около которого колеблется относительная частота события при большом числе испытаний.

Различные исследования с большим числом однотипных испытаний проводили учёные в разные годы. Наблюдая за уменьшением амплитуды колебания относительных частот события около некоторого числа при увеличении количества испытаний, швейцарский математик Якоб Бернулли (1654—1705) обосновал так называемый *закон больших чисел*:

Можно считать достоверным тот факт, что при любой достаточно большой серии испытаний относительная частота события A стремится к некоторому числу — вероятности этого события. Таким образом, $W(A) \approx P(A)$ при большом числе испытаний. Проиллюстрируем ещё одним примером сформулированный закон больших чисел.

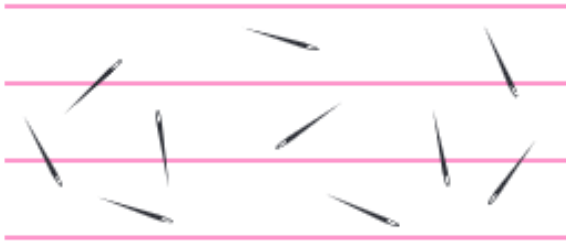


Рис. 170

На листе начерчены параллельные линии, расстояния между которыми равны длине некоторой иглы (рис. 170). Эта игла 100 раз бросается на расчерченный лист, и случаи её пересечения с любой из линий подсчитываются во втором столбце таблицы, где N — число броса-

ний, M — частота пересечения иглой линии, $\frac{M}{N}$ — относительная частота события в серии из N испытаний, подсчитанная с точностью до десятитысячных.

N	M	$W = \frac{M}{N}$
10	6	0,6
20	14	0,7
30	19	0,6333
40	26	0,65
50	33	0,66
60	40	0,6667
70	46	0,6571
80	54	0,675
90	59	0,6556
100	66	0,66

По результатам 100 бросков можно предположить, что значения дроби $\frac{M}{N}$ колеблются около числа

$\frac{2}{3} \approx 0,6667$. Действительно ли вероятность рассматриваемого события равна $\frac{2}{3}$? При увеличении числа испытаний было обнаружено, что относительная частота этого события стабилизируется около числа, чуть меньшего, чем $\frac{2}{3}$. На основании понятия геометрической вероятности Бюффон доказал, что вероятность этого события равна $\frac{2}{\pi}$.

Практическая часть (по каждому занятию).

Сведения по данному вопросу представлены в первом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на с. 336-363 (часть 8) § 65-70 (2012-2017, 2025 годы издания, Глава XII), План-Конспекте лекционного занятия № 54, приложениях к конспекту практических занятий № 33-34.

Второй вопрос: Практическое применение полученных знаний – решение задач.

Задание:

1. Рассмотреть примеры выполнения практических заданий (решение задач), приведенных в § 65 -70 первого учебника, указанного на с. 2 текущего документа.

2. Решить задачи, заданные преподавателем (из приведенного ниже списка):

№ 1124 2) (ответ 1/6), № 1126 2) (ответ 1/31), 4) (ответ 0), 6) (ответ 3/31), 8) (ответ 13/31), № 1127 2) (ответ 1/3), 4) (ответ 5/9), 6) (ответ 7/9), 8) (ответ 0) (с.345) Учебника по Алгебре, № 1134 2) (ответ: 1/6), 1145 2) (ответ: являются), 4) (ответ: не являются), №1146 2) (ответ: не являются) (с.349, 353) Учебника по Алгебре,

Применение теории вероятностей при строительстве и эксплуатации зданий и сооружений.

Теория вероятностей играет важную роль при строительстве и эксплуатации зданий и сооружений, помогая оценивать риски, прогнозировать возможные проблемы и оптимизировать процессы. Например, при проектировании, можно

использовать теорию вероятностей для оценки вероятности разрушения конструкций под определенной нагрузкой или определения надежности систем, таких как водопровод или электроснабжение. Также теория вероятностей помогает оптимизировать процессы эксплуатации, например, при прогнозировании сроков ремонта или оценки необходимости замены оборудования.

Применение теории вероятностей в строительстве:

Оценка надежности конструкций:

Теория вероятностей позволяет оценить вероятность разрушения конструкций под разными нагрузками, что помогает проектировщикам выбирать наиболее надежные материалы и конструкции.

Оценка рисков:

Теория вероятностей помогает оценить риски возникновения аварийных ситуаций во время строительства, например, вероятность обрушения строительных конструкций или возникновения пожара.

Оптимизация планировки:

При планировке строительных площадок теория вероятностей помогает определить оптимальную расстановку оборудования и материалов, учитывая возможные задержки и перебои.

Применение теории вероятностей при эксплуатации:

Прогнозирование сроков ремонта:

Используя теорию вероятностей, можно прогнозировать сроки возникновения поломок оборудования и систем, что позволяет спланировать ремонтные работы заблаговременно.

Оценка надежности систем:

Теория вероятностей помогает оценить надежность систем, таких как водопровод, электроснабжение, отопление и другие, что позволяет выявить слабые места и принять меры для повышения их надежности.

Оптимизация процессов эксплуатации:

Теория вероятностей позволяет оптимизировать процессы эксплуатации, например, планирование расписания уборки, энергопотребления и другие аспекты.

Примеры конкретных применений:

Расчет вероятности просадки фундамента:

При проектировании фундаментов можно использовать теорию вероятностей для расчета вероятности их просадки под определенной нагрузкой, что помогает избежать проблем в будущем.

Оценка надежности кровли:

При проектировании кровли можно использовать теорию вероятностей для оценки вероятности протечек или других повреждений, что помогает выбрать наиболее надежные материалы и конструкции.

Прогнозирование потребления электроэнергии:

При проектировании систем энергопотребления можно использовать теорию вероятностей для прогнозирования потребления электроэнергии, что помогает оптимизировать системы энергоснабжения.

В целом, теория вероятностей является важным инструментом, который помогает строительным организациям и эксплуатационным службам принимать более обоснованные решения, оптимизировать процессы и минимизировать риски.

Заключительная часть (по каждому занятию):

1. Закончить изложение материала.
2. Ответить на возникшие вопросы.
3. Подвести итоги занятия.
4. Выдать задание на самоподготовку (домашнее задание).

Задание на самоподготовку (по каждому занятию):

1. Детально проработать материал занятия, необходимые сведения учебника, указанного на с. 2 Конспекта занятия, приложения к текущему План-конспекту.
2. Решить задачи, заданные преподавателем.
3. Подготовиться к опросу по пройденному материалу.