

Элементарная комбинаторика

Пример 1. Сколькими способами возможно расставить на полке 5 книг?

Решение. Искомое количество способов равно числу перестановок из 5 элементов (книг):

$$P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120.$$

Пример 2. Сколько "слов" по две буквы возможно составить из букв a, b, c, d, e таким образом, чтобы буквы в этих "словах" не повторялись?

Решение. Так как каждое "слово" должно содержать две буквы, то итоговое количество способов равно числу размещений из 5 элементов (букв) по две, т.е.:

$$A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = 20.$$

Пример 3. Сколькими способами возможно выбрать 1 красную гвоздику и 2 розовых из вазы, в которой стоят 10 красных и 4 розовых

Решение. Так как порядок выбора ^{гвоздики?} цветов не имеет значения, то красную гвоздику можно выбрать

$$C_{10}^1 = \frac{10!}{1! \cdot (10-1)!} = \frac{10!}{9!} = 10$$

способами. Выбрать две розовые гвоздики из имеющихся четырех возможно

$$C_4^2 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 6$$

способами. Поэтому букет из одной красной и двух розовых гвоздик можно составить по правилу умножения $C_{10}^1 \cdot C_4^2 = 10 \cdot 6 = 60$ способами.

Пример 4. Набирая номер телефона, абонент забыл последние 3 цифры и помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наугад. Найти вероятность того, что номер телефона набран правильно.

Решение. Благоприятствующий исход здесь один - правильный выбор последних цифр ($m = 1$). Всех возможных исходов n здесь столько же, сколько существует комбинаций из 3-х цифр, порядок которых имеет значение. Таким образом,

$$n = A_{10}^3 = 720$$

и вероятность целевого события A (того, что номер набран правильно):

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{720}.$$

Пример 13. Среди 100 колес 5 нестандартных. Для контроля выбирается 7 колес. Найти вероятность того, что среди них будет ровно 3 нестандартных.

Решение. Число всех возможных исходов равно количеству комбинаций из 100 колес по 7 штук, т.к. порядок значения не имеет, то $n = C_{100}^7$. Благоприятствующий исход состоит в выборе ровно 3 нестандартных колес из 5 и совместном выборе (7-3) стандартных колес из (100-5), при этом порядок значения не имеет. По правилу произведения

$$m = C_5^3 \cdot C_95^4$$

Следовательно, вероятность того, что среди взятых для контроля колес будет ровно 3 нестандартных (целевое событие A):

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_5^3 \cdot C_{95}^4}{C_{100}^7} = \frac{17967600}{90345024} = 0.199.$$

Упражнения 1

Комбинаторные формулы-задачи

- 1 Сколько четных положительных чисел можно составить из цифр числа 13754, если каждую цифру можно использовать в записи не более 1 раза?
- 2 Сколькими способами можно составить трехцветный флаг, если имеется материал пяти различных цветов?
- 3 Необходимо доставить рекламные проспекты в 6 различных фирм. Сколькими способами это могут сделать трое курьеров?
- 4 В коробке 48 шариковых ручек и 3 гелевых. Наудачу извлекают одну ручку и, не возвращая ее обратно, извлекают еще одну. Какова вероятность того, что последняя рука шариковая, если первая извлеченная ручка - гелевая?
- 5 В группе 25 студентов, среди них 5 отличников. Выбирают по списку 10 студентов. Найти вероятность того, что среди них окажется 3 отличника.