

Количество информации дискретного источника

Пример 1. Какая информация содержится в сообщении о том, что монетка упала гербом?

Решение. Вероятность того, что монетка упала гербом, равна $p = \frac{1}{2}$. Поэтому проведение данного испытания дало нам:

$$I = -\log p = -\log \frac{1}{2} = \log 2 = 1bit,$$

т.е. один бит информации.

Пример 2. В ящике 10 гранат, из которых 8 без взрывателя. Из ящика наудачу выбираются 3 гранаты. Какое количество информации содержится в сообщении о том, что все выбранные гранаты оказались без взрывателя?

Решение. Определим вероятность выбора из ящика 3-х гранат без взрывателя:

$$p = \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} = \frac{7}{15} = 0.467.$$

Количество информации в данном сообщении определяется по формуле:

$$I = -\log p = -\log \frac{7}{15} = 1.1bit$$

Пример 3. В группе 20 курсантов, среди которых 4 отличника, 6 хорошистов, 7 троечников, остальные двоечники. По списку наудачу отбираются 5 курсантов. Какое количество информации содержится в сообщении о том, что среди отобранных курсантов 3 отличника, 1 хорошист и 1 троечник?

Решение. Используем понятие т.н. обобщенной гипергеометрической вероятности, используемое, когда интересующие объекты не возвращаются в выборку. Достаточно очевидно, что общее количество исходов определяется, как $C_N^M = C_{20}^5$, в то же время, число благоприятных исходов по комбинаторному правилу произведения определяется, как:

$$C_{n1}^{m1} \cdot C_{n2}^{m2} \cdot C_{n3}^{m3} \cdot C_{n4}^{m4} = C_4^3 \cdot C_6^1 \cdot C_7^1 \cdot C_3^0.$$

Итоговое значение вероятности совпадает с формулой гипергеометрического распределения и равно:

$$P = \frac{C_4^3 \cdot C_6^1 \cdot C_7^1 \cdot C_3^0}{C_{20}^5} = \frac{7}{17 \cdot 19 \cdot 2} = 0.011.$$

Исходя из этого, и получаем искомое количество информации:

$$I = -\log P = -\log 0.011 = 6.528bit.$$

Упражнения 2

Количество информации-задачи

- 1 В отделе работают 6 мужчин и 4 женщины. По табельным номерам наудачу отобраны 7 человек. Какое количество информации содержится в сообщении о том, что среди отобранных лиц окажутся 3 женщины?
- 2 В лифт 7-этажного дома сели 3 пассажира. Каждый независимо от других с одинаковой вероятностью может выйти на любом (начиная со второго) этаже. Какое количество информации содержится в сообщении о том, что все вышли на разных этажах?
- 3 Имеются изделия четырех сортов, причем число изделий каждого сорта равно $n_1 = 2, n_2 = 3, n_3 = 1, n_4 = 3$. Для контроля наудачу берутся 5 изделий. Какое количество информации содержится в сообщении о том, что среди них $m_1 = 2$ - первосортных; $m_2 = 1$ - второго, $m_3 = 0$ - третьего и $m_4 = 2$ - четвертого сорта?
- 4 Таможенный контроль проходят 3 таджика, 4 грузина и 6 азербайджанцев. На досмотр наудачу вызывают трех человек. Какое количество информации содержится в сообщении о том, что все три вызванных являются грузинами?