

1 курс

ПЛАН – КОНСПЕКТ
проведения лекционного занятия № 55
по дисциплине «Математика»

Раздел 13. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей.

Тема № 13.4: «Дискретная случайная величина, закон её распределения»

Подготовил: преподаватель
В.Н. Борисов

Рязань
2026

Лекционное занятие № 55 «Дискретная случайная величина, закон её распределения»
по Теме № 13.4 «Дискретная случайная величина, закон её распределения»

Цель занятия: изучить со студентами виды случайных величин, определение дискретной случайной величины, закон распределения дискретной случайной величины, числовые характеристики дискретной случайной величины, решение задач на применение указанных понятий

Вид занятия: классно-групповое, комбинированное (по повторению, проверке знаний, умений по пройденному материалу, применению на практике полученных знаний).

Метод проведения занятия: доведение основных теоретических сведений, выполнение практических заданий.

Время проведения: 2 ч

Основные вопросы:

1. Виды случайных величин.
2. Определение дискретной случайной величины.
3. Закон распределения дискретной случайной величины.
4. Числовые характеристики дискретной случайной величины.
5. Практическое применение полученных знаний – решение задач.

Литература:

1. [1 учебник раздела «Основные печатные и электронные издания» рабочей программы изучения дисциплины]: Алимов Ш.А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11 класс. Учебник. Базовый и углубленный уровень./Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева и др. — 13-е изд., стер. — 463 с., — Москва: Просвещение, 2025, ISBN 978-5-09-127034-1. — Текст: электронный // ЭБС Лань — URL: <https://e.lanbook.com/book/497603> (печатный: ISBN 978-5-09-120157-4), 364-386 (часть 8) § 71-73 (2012-2017,2025 годы издания, глава XIII).

Примерный расчет времени:

1. Вступительная часть – 20 мин.
2. Основная часть – 60 мин.
3. Заключительная часть – 10 мин.

Вступительная часть:

Занятия начать с объявления темы занятия, основных рассматриваемых вопросов, времени изучения темы (повторение пройденного материала), опроса по пройденному материалу, закрепления на практике полученных знаний, перечисления литературы.

Основная часть (повторение пройденного материала, изучение нового материала, выполнение практических заданий).

Первый вопрос: Виды случайных величин.

Сведения по данному вопросу представлены в 1-ом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на с. 364-368 (часть 8) § 71 (2012-2017, 2025 годы издания, глава XIII).

Второй вопрос: Определение дискретной случайной величины.

Дискретная случайная величина и способы ее задания

Дискретной случайной величиной называется случайная величина с конечным количеством возможных значений.

Для определения дискретной случайной величины задают закон ее распределения (ряд распределения), то есть все возможные значения случайной величины и соответствующие им вероятности:

X	x_1	x_2	...	x_i	...	x_n
$P(X)$	p_1	p_2	...	p_i	...	p_n

Дискретная случайная величина

- Случайная величина – величина, которая в результате испытания принимает одно и только одно возможное значение, наперёд не известное и зависящее от случайных обстоятельств, которые заранее не могут быть учтены.

Пример. Выпадение определённого числа очков на игральной кости (от 1 до 6). Число очков – случайная величина.

- Дискретная случайная величина – случайная величина, которая может принимать конечные, изолированные значения из некоторого числового промежутка
- Непрерывная случайная величина – случайная величина, которая может принимать все значения из некоторого числового промежутка

Пример. Содержание какого-либо фермента в крови

- Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины – это сопоставление всех возможных значений случайной величины и их вероятностей.

Тривиальный пример. Случайная величина – сторона монетки. Она принимает два изолированных значения – либо «орёл», либо «решка» и подчинена следующему закону распределения:

Название случайной величины → Вектор вероятностей →	X	«Орёл» (0)	«Решка» (1)	Контроль
	P	0,5	0,5	0,5+0,5=1

Сведения по данному вопросу представлены в 1-ом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на с. 364-367 (часть 8) § 71 (2012-2017, 2024 годы издания, глава XIII).

Третий вопрос: Закон распределения дискретной случайной величины.

Дискретные случайные величины

- Закон распределения дискретной случайной величины** – это *соответствие* между возможными значениями этой величины и их вероятностями.
- Чаще всего закон записывают таблицей:

x_i	x_1	x_2	...	x_n
P_i	P_1	P_2	...	P_n

- Т.к. случайная величина *обязательно* примет **одно из значений**, то соответствующие события образуют **полную группу**, и сумма вероятностей их наступления равна единице:

$$\sum_{i=1}^n P_i = 1$$

Дискретные и непрерывные случайные величины.

Дискретная случайная величина:

принимает отдельные, изолированные значения.

X	x_1	x_2	...	x_n
P	P_1	P_2	...	P_n

Непрерывная случайная величина:

возможные значения целиком заполняют некоторый промежуток.

$$F(x) = P(X < x)$$

функция

распределения

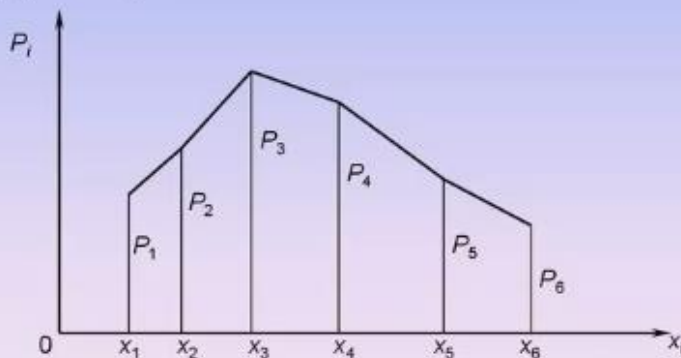
$$f(x) = F'(x)$$

плотность

распределения

Дискретная случайная величина и способы ее задания

- События, заключающиеся в том, что появится одно из возможных значений случайной величины, являются несовместными и образуют полную группу событий. Сумма вероятностей полной группы событий равна единице:



Графическое изображение дискретной случайной величины в виде многоугольника распределения.

$$\sum_{i=1}^n P_i(x) = 1$$

Четвёртый вопрос: Числовые характеристики дискретной случайной величины.

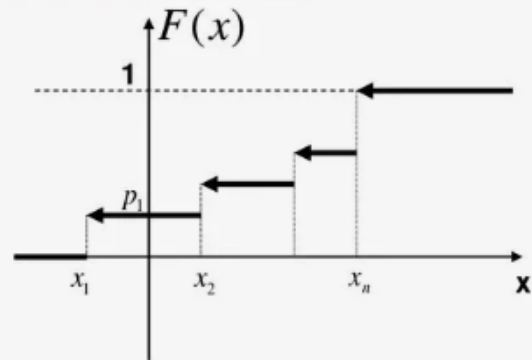
Дискретная случайная величина

- **Основное свойство**
- **закона распределения:**

$$\sum_{(i)} p_i = 1$$

- **Функция распределения –**
- **кусочно- непрерывная** функция.
- **График функции** распределения –
- **ступенчатая фигура.**

$$F(x) = \sum_{x_i < x} p_i$$



- Для описания дискретной случайной величины (**ДСВ**) просто перечислить её значения недостаточно. Необходимо для каждого значения найти соответствующую вероятность.
- Вероятность того, что случайная величина **X** примет то или иное значение **a** обозначают **$P(X=a)$** .

К числовым характеристикам дискретной случайной величины относятся математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение. Эти параметры описывают среднее значение, рассеяние значений относительно среднего и разброс вокруг среднего.

Математическое ожидание.

Математическое ожидание ($M(X)$) дискретной случайной величины X — сумма произведений всех её возможных значений на соответствующие вероятности.

Формула: $M(X) = \sum x_i \times p_i$, где x_i — значения случайной величины, p_i — вероятности.

1. Математическое ожидание

это наиболее вероятное, усредненное значение СВ.

$$\text{ДСВ: } M(X) = \sum_{i=1}^n p_i x_i$$

$$\text{НСВ: } M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

Дисперсия.

Дисперсия ($D(X)$) — математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от её математического ожидания.

Формула: $D(X) = M(X - M(X))^2$.

Дисперсия характеризует степень разброса значений относительно математического ожидания.

Вторая формула для дисперсии



Имеется вторая формула для дисперсии:

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$$

Удобнее использовать для вычислений вручную.

Среднее квадратическое отклонение

Среднее квадратическое отклонение ($\sigma(X)$) — квадратный корень из дисперсии.

Формула: $\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$.

Среднее квадратическое отклонение показывает размах колебаний случайной величины около математического ожидания.

Примеры вычисления.

Пример 1: найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

Закон распределения: $X = -5, 2, 3, 4$, вероятности: $0,4, 0,3, 0,1, 0,2$.

Математическое ожидание: $M(X) = -5 \times 0,4 + 2 \times 0,3 + 3 \times 0,1 + 4 \times 0,2 = -0,3$.

Дисперсия: $D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = 15,3 - (-0,3)^2 = 15,21$.

Среднее квадратическое отклонение: $\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{15,21} = 3,9$.

Сведения по данному вопросу представлены в 1-ом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на с. 364-386 (часть 8) § 7 1-73 (2012-2017,2025 годы издания, глава XIII).

Практическая часть.

Сведения по данному вопросу представлены в 1-ом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на с. 364-386 (часть 8) § 7 1-73 (2012-2017,2025 годы издания, глава XIII).

Пятый вопрос: Практическое применение полученных знаний – решение прикладных задач на применение основ математической статистики при решении профессиональных задач, в том числе построение по заданному условию ряда распределения случайной величины, определение числовых характеристик.

Задание:

1. Рассмотреть теоретические сведения, примеры выполнения практических заданий (решение задач), приведенных в § 71-73 Учебника по Алгебре, указанного на с. 2 текущего документа.

2. Решить задачи, заданные преподавателем (из приведенного ниже списка):

№ 1184 2), 1194 2) (ответ 9), 4) (ответ 6 и 8), № 1195 2) (ответ 20), 4) (ответ 10,5), № 1196 2) (ответ 4,4), 4) (ответ 1,2), № 1197 2) (ответ Моды выборка не имеет, 1,5 , 1 2/3), № 1201 2) (ответ 24), № 1202 2) (ответ 2,5 г²), 4) (ответ 9,2 м²), 1204 2) (ответ: $\sigma \approx 2,9$) (с.368,374,381,382 соответственно) Учебника по Алгебре.

Заключительная часть:

1. Закончить изложение материала.
2. Ответить на возникшие вопросы.
3. Подвести итоги занятия.
4. Выдать задание на самоподготовку (домашнее задание).

Задание на самоподготовку:

1. Детально проработать материал занятия, размещенный в данном план-конспекте, необходимые сведения учебника, указанного на с. 2 Конспекта занятия.
2. Решить задачи, заданные преподавателем.
3. Подготовиться к опросу по пройденному материалу.