

1 курс

ПЛАН – КОНСПЕКТ
проведения лекционного занятия № 56
по дисциплине «Математика»

Раздел 13. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей.

Тема № 13.5: «Задачи математической статистики»

Подготовил: преподаватель
В.Н. Борисов

Рязань
2025

**Лекционное занятие № 56 «Задачи математической статистики»
по Теме № 13.4 «Дискретная случайная величина, закон её распределения»**

Цель занятия: изучить со студентами вариационный ряд, полигон частот, гистограмма, статистические характеристики ряда наблюдаемых данных, решение задач на применение указанных понятий

Вид занятия: классно-групповое, комбинированное (по повторению, проверке знаний, умений по пройденному материалу, применению на практике полученных знаний).

Метод проведения занятия: доведение основных теоретических сведений, выполнение практических заданий.

Время проведения: 2 ч

Основные вопросы:

1. Вариационный ряд.
2. Полигон частот и гистограмма.
3. Статистические характеристики ряда наблюдаемых данных.
4. Практическое применение полученных знаний – решение задач.

Литература:

1. [1 учебник раздела «Основные печатные и электронные издания» рабочей программы изучения дисциплины]: Алимов Ш.А. Алгебра и начала математического анализа 10-11 класс. Учебник. Базовый и углубленный уровень./Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева и др. – Москва: Просвещение, 2024.-463 с., ISBN 978-5- 09-112136-0. —Текст : электронный // ЭБС Лань — URL: <https://e.lanbook.com/book/408656>, с. 364-386 (часть 8) § 71-73 (2012-2017,2024 годы издания, глава XIII).

Примерный расчет времени:

1. Вступительная часть – 20 мин.
2. Основная часть – 60 мин.
3. Заключительная часть – 10 мин.

Вступительная часть:

Занятия начать с объявления темы занятия, основных рассматриваемых вопросов, времени изучения темы (повторение пройденного материала), опроса по пройденному материалу, закрепления на практике полученных знаний, перечисления литературы.

Основная часть (повторение пройденного материала, изучение нового материала, выполнение практических заданий).

Первый вопрос: Вариационный ряд.

Сведения по данному вопросу представлены в 1-ом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на с. 364-368 (часть 8) § 71 (2012-2017,2024 годы издания, глава XIII).

Вариационный ряд

Вариационный ряд представляет ряд вариантов, (значений признака) расположенных в порядке убывания или возрастания

(например: если собрать листья с одного и того же дерева и расположить их по мере увеличения длины листовой пластинки, то получается вариационный ряд изменчивости данного признака).

Вариационный ряд

- Например, если взять 100 колосьев пшеницы ($n = 100$), подсчитать число колосков в колосе (v) и число колосьев с данным количеством колосков, то вариационный ряд будет выглядеть следующим образом.

Варианта (v)	14	15	16	17	18	19	20
Частота встречаемости (p)	2	7	22	32	24	8	5

Вариационная кривая

На основании вариационного ряда строится **вариационная кривая** - графическое отображение частоты встречаемости каждой варианты.

Среднее значение признака встречается чаще, а вариации, значительно отличающиеся от него, - реже. Это называется «**нормальным распределением**». Кривая на графике бывает, как правило, симметричной.

Примеры вариационного ряда

Пример вариационного ряда по количественному признаку — распределение учеников по оценкам за контрольную работу:

Оценка (x_i) 2 3 4 5 Всего К-во учеников (f_i) 3 15 10 5 33

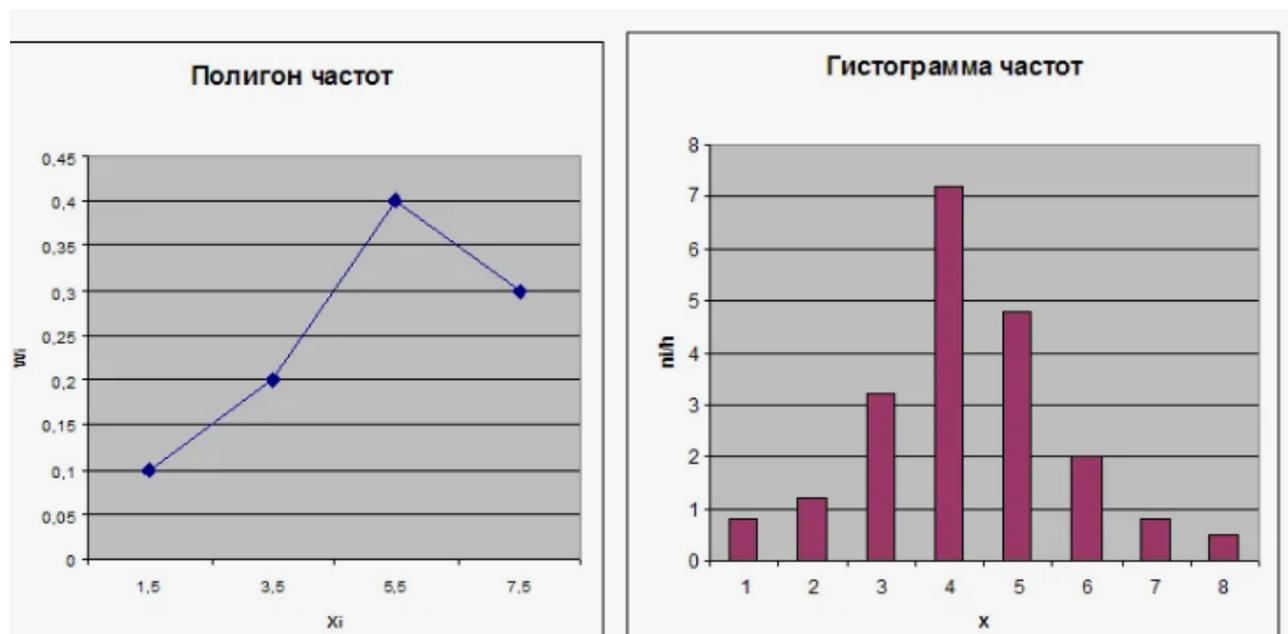
В данном ряду признак — это оценка, варианты признака (x_i) — это множество {2;3;4;5}, частоты (f_i) — это количество учеников, получивших каждую из оценок.

Ещё один пример вариационного ряда — значения артериального давления у 10 обследованных пациентов (мм рт.ст.): 160; 162; 165; 170; 173; 180; 185; 186; 190; 200.

Также в качестве примера вариационного ряда можно привести длительность амбулаторного приёма у врача-хирурга (мин): 10; 12; 15; 16; 18; 20; 25; 30.

Второй вопрос: Полигон частот и гистограмма.

Сведения по данному вопросу представлены в 1-ом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на с. 364-368 (часть 8) § 71 (2012-2017,2024 годы издания, глава XIII).

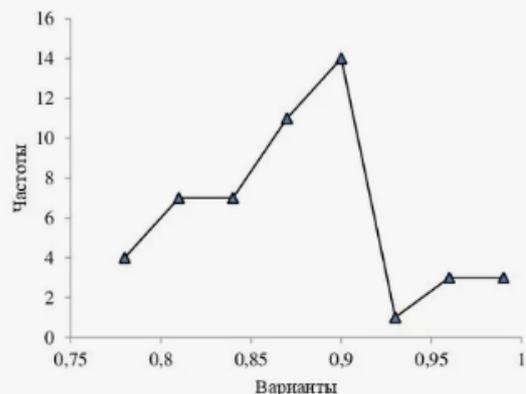
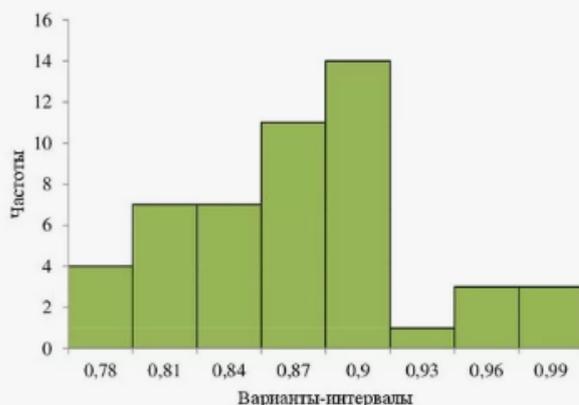




Гистограмма и полигон

Гистограммой называется ступенчатая фигура, для построения которой по оси абсцисс откладывают отрезки, изображающие частичные интервалы ($x_{i-1}; x_i$) варьирования признака X , и на этих отрезках, как на основаниях, строят прямоугольники с высотами, равными частотам соответствующих интервалов.

Полигоном называется ломанная соединяющая точки с координатами $(x_i; n_i)$.

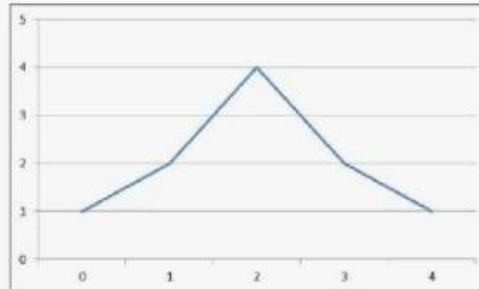


Визуализация выборок

- **Полигон** – график, сопоставляющий варианты значений признака с их частотами (абсолютными или относительными) (для дискретных признаков)

Пример. Изучаем количество детей в семьях Казани. Объем выборки – 10 семей.

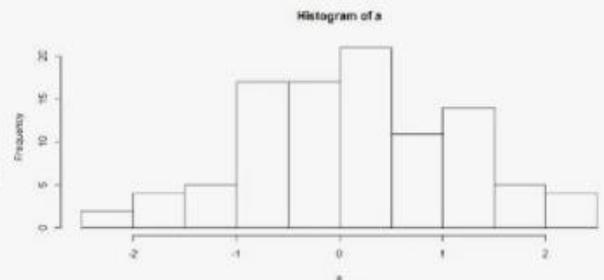
Кол-во семей	Кол-во детей
1	4
2	3
4	2
2	1
1	0



x – кол-во детей в семье;
y – кол-во семей с таким кол-вом детей
Значения по y абсолютные.

- **Гистограмма** – ступенчатая фигура из прямоугольников с основанием, равным ширине интервала по оси x (значения признака) и высотой, равной частоте значений признака из этого интервала (абсолютной или относительной) (для непрерывных признаков)

Пример. Гистограмма абсолютных частот нормально распределённого признака с параметрами $\mu=0$ и $\sigma=1$ (объём выборки 100)



Третий вопрос: Статистические характеристики ряда наблюдаемых данных.

Среднее арифметическое

Среднее арифметическое (среднее значение) — это частное от деления суммы всех чисел ряда на их количество. kopilkaurokov.ru

multiurok.ru

Например, если нужно определить среднее время, затраченное учащимися на выполнение домашнего задания по алгебре, и получены данные: 23, 18, 25, 20, 25, 25, 32, 37, 34, 26, 34, 25, то среднее арифметическое будет равно 27 (сумма всех чисел делится на 12).

kopilkaurokov.ru multiurok.ru

Среднее арифметическое.

Средним арифметическим ряда чисел называется частное от деления суммы этих чисел на их количество.

$$5, 2, 4, 5, 5, 4, 4, 5, 5, 5.$$

$$(5 + 2 + 4 + 5 + 5 + 4 + 4 + 5 + 5 + 5) / 10 = 4,4$$

Число 4,4, которое получается в результате, называется **средним арифметическим**.

Размах

Размах — это разность между наибольшим и наименьшим значениями ряда. kopilkaurokov.ru ru.wikihow.com

Если размах большой, то значения сильно разбросаны; если размах — небольшая величина, то значения лежат близко друг к другу.

ru.wikihow.com

Расчет показателей вариации

1. Размах вариации

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 2950 - 450 = 2500 \text{ млн. ден. ед.}$$

2. Среднее линейное отклонение

$$\bar{i} = \frac{\sum |x - \bar{x}| \cdot f}{\sum f} = \frac{|450 - 1755| \cdot 3 + |950 - 1755| \cdot 11 + \dots + |2950 - 1755| \cdot 6}{100}$$

$$= \frac{46890}{100} = 468,9 \text{ млн. ден. ед.}$$

Мода

Мода — это число, которое встречается в ряду наиболее часто.

kopilkaurokov.ru dzen.ru

Чтобы найти моду, нужно подсчитать, сколько раз каждое значение встречается в ряду, и выбрать то, которое встречается чаще всего. Если два или более значений встречаются одинаково часто, ряд может иметь несколько мод. dzen.ru mathema.me

Пример. В таблице приведены данные о торговой площади магазинов:

Торговая площадь магазинов, м ²	Число магазинов
До 100	3
От 100 до 120	13
От 120 до 140	15
От 140 до 160	20
От 160 до 180	8
Свыше 180	1
ИТОГО	60

Необходимо рассчитать моду из интервального ряда.

$$M_o = 140 + 20 \frac{20 - 15}{(20 - 15) + (20 - 8)} = 145,88 \text{ м}^2$$

Медиана

Медиана — это срединное значение упорядоченного ряда чисел.

 [ru.wikipedia.org*](https://ru.wikipedia.org)

Медиана ряда с нечётным количеством чисел — это число, которое находится посередине. Медиана ряда с чётным количеством чисел — это среднее арифметическое двух чисел, которые находятся посередине.  [ru.wikipedia.org*](https://ru.wikipedia.org)

- **ПРИМЕР**
- Чтобы вычислить медиану выборки, сначала необходимо упорядочить исходные данные.

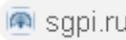
-6,1	-2,8	-1,2	-0,7	4,3	5,5	5,9	6,5	7,6	8,3	9,6	9,8	12,9	13,1	18,5
							↑							
							Медиана = 6,5							
							↓							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

- В соответствии с правилом, относящимся к выборкам, содержащим нечетное количество элементов, позиция медианы вычисляется по формуле

$$\frac{n+1}{2} = \frac{15+1}{2} = 8.$$
- Таким образом, медиана равна 6,5.
- Обратите внимание на то, что медиана, равная 6,5, ненамного больше среднего значения, равного 6,08.

Другие статистические характеристики

Кроме среднего арифметического, размаха, моды и медианы, существуют и другие статистические характеристики, например:

- **Дисперсия** — мера разброса значений вокруг среднего арифметического.  
- **Среднеквадратичное отклонение** — показывает, насколько значения различаются от среднего арифметического.  
- **Коэффициент вариации** — выражает изменчивость признака в относительных величинах (в процентах).  

Сведения по данному вопросу представлены в 1-ом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на с. 364-386 (часть 8) § 71-73 (2012-2017,2024 годы издания, глава XIII).

Практическая часть.

Сведения по данному вопросу представлены в 1-ом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на с. 364-386 (часть 8) § 71-73 (2012-2017,2024 годы издания, глава XIII).

Четвёртый вопрос: Практическое применение полученных знаний – решение задач.

Задание:

1. Рассмотреть примеры выполнения практических заданий (решение задач), приведенных в § 71-73 Учебника по Алгебре, указанного на с. 2 текущего документа.
2. Решить задачи, заданные преподавателем (из приведенного ниже списка):
№ 1193-1197 (с.373-374), № 1201-1204 (с.381-382) Учебника по Алгебре.

Заключительная часть:

1. Закончить изложение материала.
2. Ответить на возникшие вопросы.
3. Подвести итоги занятия.
4. Выдать задание на самоподготовку (домашнее задание).

Задание на самоподготовку:

1. Детально проработать материал занятия, размещенный в данном план-конспекте, необходимые сведения учебника, указанного на с. 2 Конспекта занятия.
2. Решить задачи, заданные преподавателем.
3. Подготовиться к опросу по пройденному материалу.