1 курс

ПЛАН – КОНСПЕКТ
проведения лекционного занятия № 59
по дисциплине «Математика»

Раздел 14. Уравнения и неравенства

Тема № 14.2: «Графический метод решения уравнений и неравенств»

Подготовил: преподаватель
В.Н. Борисов

Рязань
2025

Лекционное занятие № 59 «Графический метод решения уравнений и неравенств»
по Теме № 14.2 «Графический метод решения уравнений и неравенств»

Цель занятия: повторно изучить со студентами понятия равносильности уравнений и неравенств, общие методы, в том числе графический метод решения уравнений и неравенств, решение задач на применение указанных понятий, методов

Вид занятия: классно-групповое, комбинированное (по повторению, проверке знаний, умений по пройденному материалу, применению на практике полученных знаний).

Метод проведения занятия: доведение основных теоретических сведений, выполнение практических заданий.

Время проведения: 2 ч

Основные вопросы:

1. Равносильность уравнений и неравенств. Определения.
2. Основные теоремы о равносильных переходах в уравнениях и неравенствах.
3. Общие методы решения неравенств.
4. Переход от сравнения значений функций к сравнению значений аргументов для монотонных функций.
5. Метод разложения на множители. Метод интервалов.
6. Метод введения новой переменной.
7. Функционально-графический метод. Графический метод решения уравнений и неравенств.
8. Линейные неравенства с двумя неизвестными.
9. Нелинейные неравенства с двумя неизвестными.
10. Практическое применение полученных знаний – решение задач.

Литература:

1. [1 учебник раздела «Основные печатные и электронные издания» рабочей программы изучения дисциплины]: Алимов Ш.А. Алгебра и начала математического анализа 10-11 класс. Учебник. Базовый и углубленный уровень./Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева и др. – Москва: Просвещение, 2024.-463 с., ISBN 978-5- 09-112136-0. —Текст : электронный // ЭБС Лань — URL: https://e.lanbook.com/book/408656, с. 54-59 (часть 1) **§ 8 главы II,** с. 395-399 (части 8,9) **§ 5 Приложения (2012-2017,2024 годы издания**).

Примерный расчет времени:

1. Вступительная часть – 20 мин.
2. Основная часть – 60 мин.

3. Заключительная часть – 10 мин.

Вступительная часть:

Занятия начать с объявления темы занятия, основных рассматриваемых вопросов, времени изучения темы (повторение пройденного материала), опроса по пройденному материалу, закрепления на практике полученных знаний, перечисления литературы.

Основная часть (повторение пройденного материала, изучение нового материала, выполнение практических заданий).

Первый вопрос: Равносильность уравнений и неравенств. Определения.

Сведения по данному вопросу представлены в 1-ом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на с. 54-59 (часть 1) **§ 8** (**2012-2017,2024 годы издания**, глава II).

Второй вопрос: Основные теоремы о равносильных переходах в уравнениях и неравенствах.

Основные теоремы о равносильных переходах в уравнениях и неравенствах описывают преобразования, которые не меняют множество решений. Для уравнений это, например, перенос членов, умножение/деление на ненулевое число, возведение в одну и ту же нечетную степень. Для неравенств – перенос членов, умножение/деление на положительное число, сохранение знака неравенства.

Теоремы о равносильных переходах:

Теорема 1 (Уравнения):

Если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же ненулевое число, то полученное уравнение будет равносильно исходному.

Теорема 2 (Уравнения):

Если член уравнения перенести из одной части в другую с противоположным знаком, то полученное уравнение будет равносильно исходному.

Теорема 3 (Уравнения):

Если обе части уравнения возвести в одну и ту же нечетную степень, то полученное уравнение будет равносильно исходному.

Теорема 4 (Неравенства):

Если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное число, то знак неравенства не изменится, и полученное неравенство будет равносильно исходному.

Теорема 5 (Неравенства):

Если член неравенства перенести из одной части в другую с противоположным знаком, оставив знак неравенства без изменений, то полученное неравенство будет равносильно исходному.

Теорема 6 (Неравенства):

Если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, то знак неравенства изменится на противоположный, и полученное неравенство будет равносильно исходному.

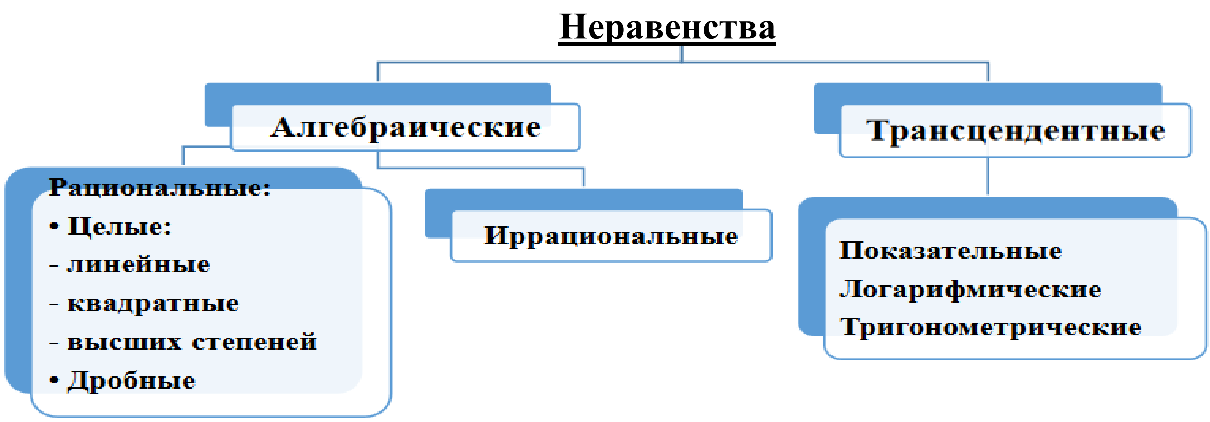
Равносильность:
Два уравнения (или неравенства) называются равносильными, если их множества решений совпадают.

Равносильные переходы:
Операции, которые не меняют множество решений уравнения или неравенства.

Неравносильные переходы:
Операции, которые изменяют множество решений, например, возведение в четную степень, умножение/деление на выражение, которое может быть равно нулю.

Сведения по данному вопросу представлены в 1-ом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на с. 54-59 (часть 1) **§ 8 (2012-2017,2024 годы издания**, глава II).

Третий вопрос: <u>Классификация неравенств.</u> <u>Общие методы решения.</u>



Вопрос 3.1 : <u>Линейные неравенства.</u>

Линейным неравенством называется неравенство, которое дано или преобразуемо в форму $ax > b$ или $ax < b$, также $ax \geq b$ или $ax \leq b$,
где a, b — числа и x — переменная.

Пример:

$a - 5 > 0;$
$a > 5.$
Ответ : $a \in (5; +\infty)$

$-2y - 100 < 0;$
$-2y < 100 | : (-2)$
(меняем знак неравенства на противоположный);
$y > 100 : (-2);$
$y > -50.$
Ответ : $y \in (-50; +\infty)$

$-3c \geq -15 \ |: (-3)$
(меняем знак неравенства на противоположный);
$c \leq -15 : (-3);$
$c \leq 5.$
Ответ : $c \in (-\infty; 5]$

При умножении или делении неравенства на положительное число знак неравенства не меняется. При умножении или делении неравенства на отрицательное число знак неравенства заменяется противоположным.

Вопрос 3.2: Квадратные неравенства.

Общий вид квадратных неравенств — это $ax^2 + bx + c > 0$ $(< 0,\ \leq 0,\ \geq 0)$, где $a \neq 0$.

Множество решений квадратного неравенства легко определить, приблизительно начертив график функции $y = ax^2 + bx + c$ (параболу).

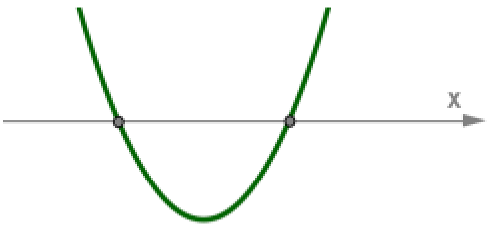
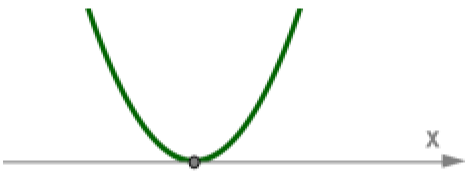
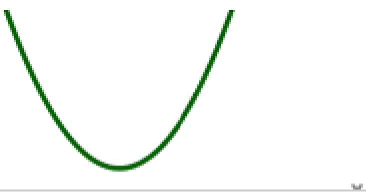
Шаги решения квадратного неравенства.

1. Определяются точки пересечения параболы и оси x с помощью решения уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

Вспомним формулы корней квадратного уравнения:

$D = b^2 - 4\,ac;$

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a},\quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}.$

Если $D > 0$, у уравнения — два разных корня, парабола пересекает ось x в двух точках	
Если $D = 0$, у уравнения — два одинаковых корня, вершина параболы находится на оси x	
Если $D < 0$, у уравнения нет реальных корней, парабола не	

пересекает ось x	

2. Учитывая количество корней и знак коэффициента a, чертится график параболы.

Обрати внимание!

Если $a > 0$, то ветви параболы устремлены вверх, если $a < 0$, то вниз.

Совет: если хочешь, чтобы ветви параболы всегда были устремлены вверх, в случаях, когда $a < 0$, сначала обе части неравенства перемножь на (-1).
Не забудь, что на противоположный поменяется также знак неравенства.

3. Выбираются пустые или закрашенные точки, в зависимости от вида знака неравенства:
●, если стоит знак нестрогого неравенства — $\leq$ или $\geq$;
о, если стоит знак строгого неравенства — $<$ или $>$.

4. Закрашивается правильный интервал.

5. Записывается ответ.

Пример:

решить квадратное неравенство $-2x^2+4x-5\le 0$.

Решение:

$-2x^2+4x-5\le 0\,\big|\cdot(-1)$

$2x^2-4x+5\ge 0;$

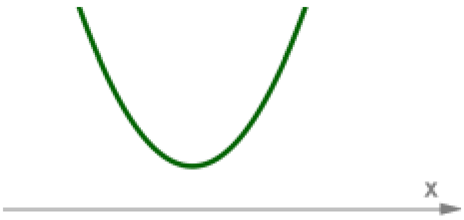
$D=16-4\cdot 2\cdot 5=-24;$

парабола не пересекает ось Ox.

По рисунку видно, что график положителен любому значению x.

Ответ:

$x\in(-\infty;+\infty)$, или $x\in R$



Вопрос 3.3: **<u>Дробно-линейные неравенства.</u>**

Дробно-рациональные неравенства — это неравенства, в которых есть дроби. Знаменатель дроби не должен равняться нулю, а значит, для корней будут дополнительные ограничения.

Поэтому для решения таких неравенств необходимо знать ограничения основных функций алгебры и тригонометрии плюс знать «метод интервалов», который постоянно используется для нахождения ответа.

Метод решения

Чтобы всё сразу было наглядно, возьмём простой пример.

Итак, необходимо решить следующее дробно-рациональное неравенство:

$$\frac{4-x}{x-5}\ge\frac{1}{1-x}$$

Сразу для этого неравенства смотрим на функции в числителях и знаменателях и их ограничениях:

1) В числителях ограничений не будет, так как функции f(x) = 4-x и f(x) = 1 являются прямыми, а у прямых нет ограничений ни по оси OX, ни по оси OY.

2) Подробно остановимся на знаменателях.

2.1) f(x) = x-5 — прямая, но так как она находится в знаменателе, то будет ограничена следующим образом:

$$x - 5 \neq 0$$

и

$$x \neq 5$$

2.2) $f(x) = 1 - x$ — прямая, но так как она находится в знаменателе, то будет ограничена так же, как и предыдущая:

$$1 - x \neq 0$$

Откуда

$$x \neq 1$$

Теперь мы можем начать решать наше неравенство, и когда найдём решение, то после применим ограничение по корням:

$$\frac{4 - x}{x - 5} \geq \frac{1}{1 - x}$$

Для начала перенесём справа всё в левую часть:

$$\frac{4-x}{x-5} - \frac{1}{1-x} \geq 0.$$

Напоминаю, что знак неравенства не меняется (не переворачивается на 180 градусов), если мы просто переносим слагаемое из одной части в другую.

$$\frac{(4 - x) \cdot (1 - x) - (x - 5)}{(x - 5)(1 - x)} \geq 0$$

$$\frac{4 - 4x - \mathrm{x} + x^2 - x + 5}{(x - 5)(1 - x)} \geq 0$$

Приравнивая числитель к нулю, решаем уравнение:

$$x^2 - 6x + 9 = 0,$$

получим корень $x_1 = 3.$

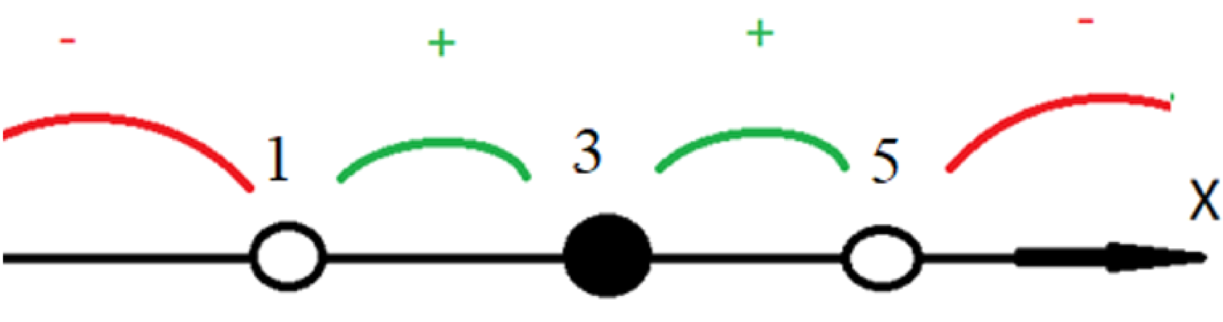
$$\frac{(x-3)^2}{(x-5)(1-x)} \geq 0$$

В нашем неравенстве условие было «больше или равно», так что нам надо узнать, на каких промежутках наша функция будет принимать положительные значения (f(x) > 0). Для этого необходимо выбрать любое число на прямой между теми значениями, что уже нанесены на прямую, и подставить в функцию.

Возьмём x = 6.

$$\frac{(6-3)^2}{(6-5)(1-6)} < 0$$

Причём, так как нам надо знать только знак («+» или «-») функции, то и вычислять досконально не требуется. В нашем случае на промежутке от числа 5 до бесконечности функция принимает отрицательные значения. Дальше, чередуя плюс и минус, заполняем все четыре интервала. При расстановке знаков учитываем, что линейный множитель $(x-3)^2$ стоит в чётной степени. В этом случае при переходе через точку 3 знак не меняется. Теперь с помощью метода интервалов расставляем корни на числовой прямой, также не забывая и про «ограничения»:



Точки, которые не должны попасть в ответ, иначе ответ будет неверным, на числовой прямой выколоты (не закрашенная точка). А корни, которые были получены из числителя, будут закрашены главным образом потому, что неравенство было нестрогое (то есть присутствует знак «больше или равно» или «меньше или равно»).

Итак, ищем знаки «+» и выписываем слева направо эти интервалы в ответ. Причём какой бы ни был знак в условии неравенства (строгий или нет), у знака «бесконечность» скобка будет всегда круглая.

Ответ: $x \in (1; 3| \vee |3; 5)$ или $x \in (1; 5)$

Четвёртый вопрос: <u>**Переход от сравнения значений функций к сравнению значений аргументов для монотонных функций при решении неравенств.**</u>

При решении неравенств, содержащих монотонные функции, можно перейти от сравнения значений функций к сравнению значений аргументов, если функция строго монотонна. Это свойство монотонных функций позволяет упростить решение неравенств и задач, связанных с функцией.

<u>Понятие монотонной функции.</u>

Функция называется монотонной, если она либо возрастает, либо убывает на некотором интервале. Это означает, что при увеличении аргумента значение функции либо не уменьшается (возрастает), либо не увеличивается (убывает).
Переход от сравнения значений функций к сравнению значений аргументов:
Если мы имеем неравенство вида f(x) > = f(a), где f(x) и f(a) - значения монотонной функции f при аргументах x и a соответственно, то, если f строго монотонна, можно утверждать, что x >= a.
Почему это работает?

- **Возрастающие функции:**

Если функция f возрастает, то при увеличении аргумента значение функции также увеличивается. Поэтому, если f(x) > = f(a), то x > = a.

- **Убывающие функции:**

Аналогично, если функция f убывает, то при увеличении аргумента значение функции уменьшается. Поэтому, если f(x) < = f(a), то x < = a.
<u>**Пример:**</u>
Предположим, мы имеем неравенство lg (x) > = lg (5), где lg - логарифм по основанию 10. Логарифмическая функция является монотонной (возрастающей). Поэтому, мы можем перейти от сравнения значений функций к сравнению значений аргументов и сказать, что x > = 5.

<u>Применение:</u>

Этот принцип часто используется при решении различных типов неравенств, таких как:

- Неравенства, содержащие логарифмы;
- Неравенства, содержащие степенные функции;
- Неравенства, содержащие тригонометрические функции;
- И другие типы неравенств, где функции обладают свойством монотонности.

Важно отметить:

Необходимо убедиться, что функция является монотонной на том промежутке, где рассматривается неравенство.

Пятый вопрос: <u>Метод разложения на множители при решении нeравеснтв. Метод интервалов.</u>

Метод разложения на множители – это метод решения неравенств, основанный на принципе, что произведение равно нулю, если и только если хотя бы один из множителей равен нулю. Этот метод особенно полезен, когда левая часть неравенства может быть представлена в виде произведения.

Основная идея метода:

1. **Перенесите все члены неравенства в одну сторону**, чтобы правая часть была больше (меньше) или равна нулю.
2. **Разложите левую часть на множители**. Для этого можно использовать различные методы, такие как вынесение общего множителя, использование формул сокращенного умножения, метод группировки или метод выделения полного квадрата.
3. **Приравняйте каждый множитель к нулю**: и решите полученные уравнения. Произведение равно нулю, если хотя бы один из множителей равен нулю, а другие при этом имеют смысл.
4. **Перейдите к решению соответствующего неравенства**.

<u>Пример:</u>

Решить неравенство: $x^2 - 5x + 6 \ > = 0$

1. Решим уравнение : $x^2 - 5x + 6 \ = 0$
2. **Левая часть уже равна нулю.**

2. **Разложим на множители:** $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$
3. **$(x - 2)(x - 3) = 0$**:

   $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

   $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

Решение уравнения : $x = 2$, $x = 3$

4. **Перейдем к решению неравенства:** $x^2 - 5x + 6 >= 0$

Решение неравенства : $x >= 2$, $x >= 3$, далее применим метод интервалов.

Когда использовать этот метод:

- Когда левую часть неравенства можно легко разложить на множители.
- Когда решение может быть получено простым приравниванием каждого множителя к нулю.
- В задачах, где требуется найти корни многочлена или решить неравенства, содержащие квадратные трёхчлены.

Метод разложения на множители может быть полезен при решении следующих типов уравнений:

- Квадратные неравенства.
- Неравенства высших степеней.
- Тригонометрические неравенства.
- Неравенства, содержащие модули.
- Системы неравенств.

Метод интервалов.

Часто удобно при решении квадратных неравенств использовать метод интервалов.

Рассмотрим этапы метода интервалов:

- находят корни квадратного трёхчлена $ax^2 + bx + c$ и раскладывают на множители;

- отмечают на числовой прямой корни трёхчлена и находят знаки квадратного трёхчлена на каждом интервале;

- выбирают интервал, соответствующий знаку неравенства, и записывают ответ.

Пример:

решить неравенство: $2x^2-7x-4\le 0$.

Решение. *Найдём корни квадратного трёхчлена* $2x^2-7x-4$
и разложим его на множители по формуле $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$:

$2x^2-7x-4=0;$

$D=b^2-4ac=(-7)^2-4\cdot 2\cdot(-4)=49+32=81;$

$x_1=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{-(-7)-\sqrt{81}}{2\cdot 2}=\frac{7-9}{4}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}=-0{,}5;$

$x_2=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{-(-7)+\sqrt{81}}{2\cdot 2}=\frac{7+9}{4}=\frac{16}{4}=4;$

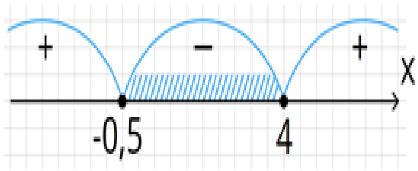
$2x^2-7x-4=2(x+0{,}5)(x-4);$

$2(x+0{,}5)(x-4)=0\,|:2$

$(x+0{,}5)(x-4)=0;$

$x_1=-0{,}5,\quad x_2=4.$

Отметим на числовой прямой корни и найдём знаки квадратного трёхчлена на каждом интервале. Для этого из каждого интервала достаточно взять произвольно по одному значению и подставить вместо x *в трёхчлен.*



На интервале $(-\infty;-0{,}5]$ *возьмём* $x=-2$, *тогда* $2\cdot(-2)^2-7\cdot(-2)-4=2\cdot 4+14-4=18>0$.

На интервале $[-0{,}5;4]$ *возьмём* $x=0$, *тогда* $2\cdot 0^2-7\cdot 0-4=0-0-4=-4<0$.

На интервале $[4;+\infty)$ *возьмём* $x=5$, *тогда* $2\cdot 5^2-7\cdot 5-4=2\cdot 25-35-4=50-39=11>0$.

Квадратный трёхчлен принимает отрицательные и равные нулю значения на интервале $[-0{,}5;4]$.

Ответ: $-0{,}5\le x\le 4$.

Шестой вопрос: <u>Метод введения новой переменной.</u>

Метод введения новой переменной – это способ решения неравенств и систем неравенств, когда некоторая часть неравенства или системы заменяется новой переменной, что упрощает решение. Этот метод особенно полезен для неравенств, содержащих одинаковые выражения или сложные структуры.

Как работает метод:

1. Выявление повторяющихся выражений:

В неравенстве или системе неравенств ищем части, которые повторяются или имеют сложную структуру.

2. Введение новой переменной:

Обозначаем повторяющееся выражение новой переменной (например, t, u, v).

3. Решение нового неравенства:

Подставляем новую переменную в неравенство или систему, что приводит к более простому неравенству или системе.

4. Решение нового неравенства:

Решаем новое неравенство или систему с новой переменной.

5. Обратная замена:

После решения нового неравенства возвращаемся к исходной переменной, подставляя значение новой переменной в соответствующее выражение.

6. Решение финального неравенства:

Решаем финальное неравенство, чтобы найти значения исходных переменных.

Примеры:

- **Неравенства высших степеней:**

В неравенстве $x^4 – x^2 − 45 > = 0$ замена $x^2 = t^2$ приводит к квадратному неравенству $t^2 – 4 t − 45 > = 0$, которое решается проще.

- **Показательные неравенства:**

В уравнении вида $a^{2x} – 5\ a^x + 6 >= 0$ замена $a^x = t$ приводит к квадратному уравнению $t^2 – 5t + 6 > = 0$, которое решается значительно проще.

$9^x – 4·3^x – 45 > =0$

Замена $3^x=t$
приводит к квадратному неравенству

$t^2 – 4\ t − 45 > = 0$

Системы неравенств:

В системе неравенств вида $x^2 + y^2 > = 25$, $x\ y > = 12$, введение новых переменных $u = x + y$ и $v = x\ y$ приводит к системе $u^2 – 2v > = 25$, $v > = 12$, которая проще для решения.

Логарифмические неравенства:

В неравенстве вида $\log_2(x+4) + 2 \log_2(x+4) > = 3$ замена $\log_2(x) = t$ приводит к неравенству $t^2 – 2t – 3 > = 0$, которое решается проще.

Преимущества:

- Упрощает сложные неравенства и системы неравенств.
- Помогает решать неравенства, которые нельзя решить другими способами.
- Является универсальным методом, применимым к различным типам неравенств.

Недостатки:

- Может требовать дополнительной алгебраической обработки,
- Необходимо обратная замена после решения нового неравенства.

В общем, метод введения новой переменной – мощный инструмент, который позволяет решать сложные неравенства и системы неравенств, сводя их к более простым формам.

Седьмой вопрос: Функционально-графический метод при решении неравенств. Графический метод решения уравнений и неравенств.

Функционально-графический метод – это способ решения неравенств, основанный на визуальном представлении графиков функций, соответствующих левой и правой частям уравнения. Абсциссы точек пересечения этих графиков и являются решениями уравнения.

Основная идея метода:

1. Преобразование неравенства в форму функций:

Уравнение вида f(x) >= g(x) представляется в виде двух функций y = f(x) и y = g(x).

2. Построение графиков:

На одной системе координат строятся графики этих функций.

3. Нахождение точек пересечения:

Точки, где графики функций пересекаются, соответствуют решениям уравнения, соответствующего исходному неравенству.

4. Вычисление корней:

Абсциссы этих точек пересечения и являются корнями уравнения, соответствующего исходному неравенству.

5. Проверка решений:

Рекомендуется проверить полученные решения, подставив их в исходное уравнение, соответствующего исходному неравенству, чтобы убедиться в их корректности.

<u>Пример:</u>

Рассмотрим неравенство 2x >= 4 – 2x.

1. Запишем неравенство в виде функций: y = 2x и y = 4 – 2x.

2. Построим графики этих функций.

3. Найдём точку пересечения графиков (в данном случае она единственная). Точка пересечения будет иметь координаты (1; 2).

   Корнем уравнения, соответствующего исходному неравенству, будет абсцисса точки пересечения, то есть x = 1.

5. Проверка: 2 * 1 = 4 – 2 * 1, 2 = 2 (уравнение верно).

6. Применяем метод интервалов.

Преимущества метода:

- **Наглядность:**

Метод позволяет визуально понять, сколько решений имеет уравнение, соответствующего исходному неравенству, и приблизительно какие они.

- **Простота:**

  Простой в понимании и применении, особенно для простых неравенств.

- **Интуитивность:**

  Помогает в понимании связи между графиками функций и решениями неравенств.

Недостатки метода:

- **Приближенность решений:**

  Решения, полученные графическим способом, могут быть неточными, особенно если графики пересекаются в точках, которые трудно определить.

Сложность графиков:

Метод может быть сложным при построении графиков сложных функций.

Не все неравенства можно решить графически:

Не все типы неравенств легко представить в виде графиков.

Применение:

Функционально-графический метод часто используется при решении:
Линейных неравенств,
Квадратных неравенств,
Систем неравенств,
Некоторых типов трансцендентных неравенств.

Восьмой вопрос: Линейные неравенства с двумя неизвестными. Системы линейных неравенств с двумя неизвестными.

Сведения по данному вопросу представлены в 1-ом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на с. 396-398 (часть 8) **§ 5 (2012-2017,2024 годы издания**, Приложение).

Девятый вопрос: Нелинейные неравенства с двумя неизвестными.

Сведения по данному вопросу представлены в 1-ом учебнике раздела

«Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на с. 399 (часть 9) **§ 5** (**2012-2017,2024 годы издания**, Приложение).

<u>Практическая часть.</u>

Сведения по данному вопросу (решению уравнений) представлены в методических пособиях № 1, № 2.

Десятый вопрос: <u>Практическое применение полученных знаний – решение задач.</u>

Задание:

1. Рассмотреть примеры выполнения практических заданий (решение задач), приведенных в **§ 5 Приложения** (с.395-399) Учебника по Алгебре, указанного на с. 2 текущего документа, материале занятия (текущем План-конспекте), в методических пособиях № 1, № 2.

2. Решить задачи, заданные преподавателем (из приведенного ниже списка):

Решите уравнения:

1) $x^2 = \frac{9}{25}$ *Ответ:* $\pm\frac{3}{5}$
2) $x^2 = -0{,}36$ *Ответ:* $\varnothing$
3) $16 - x^2 = 0$ *Ответ:* ± 4
4) $x^2 - 0{,}06 = 0{,}03$ *Ответ:* $\pm 0{,}3$
5) $-0{,}2x^2 = -1{,}8$ *Ответ:* ± 3
6) $y^2 - 16 = -(12 + 3y^2)$ *Ответ:* ± 1
7) $48 - 3x^2 - (3 - x) = 2x^2 + x$ *Ответ:* ± 3
8) $(x + 5)^2 = 36$ *Ответ:* $-11; 1$
9) $x^2 - 6x + 9 = 0$ *Ответ:* 3

Решите уравнения:

1) $2x^2 + 5x = 3x^2$ *Ответ:* $0; 5$
2) $5x^2 - 3x = 2x + x^2$ *Ответ:* $0; 1{,}25$
3) $(x - 3)(x + 3) - 2x = 2x^2 - 9$ *Ответ:* $-2; 0$

Решите уравнения:

1) $5x - 3 = 12$

Решите уравнения:

1) $x^2 = \frac{9}{25}$

2) $x^2 = -0{,}36$

3) $16 - x^2 = 0$

4) $x^2 - 0{,}06 = 0{,}03$

5) $-0{,}2x^2 = -1{,}8$

Решите неравенства:

1) $x^2 - 25 > 0$
2) $8x - 3(3x + 8) \geq 9$
3) $5x - 2(2x - 8) < -5$
4) $2x - 8 > 4x + 6$
5) $(x + 3)(x - 6) > 0$

Заключительная часть:

1. Закончить изложение материала.
2. Ответить на возникшие вопросы.
3. Подвести итоги занятия.
4. Выдать задание на самоподготовку (домашнее задание).

Задание на самоподготовку:

1. Детально проработать материал занятия, размещенный в данном план-конспекте, необходимые сведения учебника, указанного на с. 2 Конспекта занятия, материал методических пособий № 1, №2.
2. Решить задачи, заданные преподавателем.
3. Подготовиться к опросу по пройденному материалу.