<u>Матрицы и определители.</u>

Литература:

1. учебник: Богомолов, Н. В. Математика. Задачи с решениями : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 755 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-16211-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/568499, глава 27.
2. учебник: Богомолов, Н. В. Математика. Алгебра и начала анализа. Базовый уровень: 10—11 классы : учебник для среднего общего образования / Н. В. Богомолов. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 241 с. — (Общеобразовательный цикл). — ISBN 978-5-534-16084-0. —Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/544860, глава 2, с. 17-48.

Первый вопрос: <u>Определение матрицы. Действия над матрицами, их свойства. Понятие матрицы 2х2 и 3х3, определитель матрицы. Свойства определителей. Оределители 2-го порядка и 3-го порядка, n-го порядка, вычисление определителей.</u>

Введение. Понятие матрицы

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Матрица размера (mxn)

Любая прямоугольная таблица чисел, состоящая из m строк и n столбцов, называется матрицей размера (mxn).

Числа, образующие матрицу, называются элементами матрицы.

Например,

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 4 & -5 \\ 3 & -1 & 2 \\ -4 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

Квадратная матрица размера (3x3) или матрица 3-го порядка

Можно выписать матрицу столбец

$$B=\begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Матрица - столбец размера (3x1)

Можно записать матрицу-строку $C=\begin{pmatrix} 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}$, размер матрицы (1x3)

В квадратных матрицах можно выделить главную и побочную диагонали

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & -5 \\ 3 & -1 & 2 \\ -4 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

побочная

главная

Определение. *Две матрицы A и B называются* ***равными****, если они одинакового размера и соответствующие элементы обеих матриц равны.*

Определитель матрицы

Определитель – это ***число***, которое ставят в соответствие каждой **квадратной** матрице и вычисляют из элементов по специальным формулам.

Определитель (детерминант) матрицы $A_{n\times n}$ обозначают:

$$\Delta_n = |A| = detA$$

$$A_{n\times n} = \underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}} \Rightarrow \Delta_n = \underbrace{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}}_{\text{одно число}}$$

ОТВЕТ: $n \cdot n = n^2$ чисел

ВОПРОС: сколько чисел в **квадратной** матрице $A_{n\times n}$?

Порядок определителя n – это размерность матрицы $A_{n\times n}$.

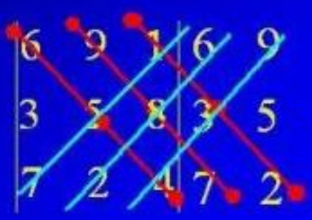
Определитель – это число, характеризующее квадратную матрицу.

1. $|A| = |a_{11}| = a_{11}$

2. $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ 3×3

Для вычисления определителя матрицы размером 3×3, строится шесть произведений следующим образом:



$$= 6\cdot5\cdot4+9\cdot8\cdot7+1\cdot3\cdot2-7\cdot5\cdot1-2\cdot8\cdot6-4\cdot3\cdot9$$

На рисунке элементы, входящие в сумму с плюсом, отмечены красным, а с минусом — синим, каждой законченной фигуре из трёх точек соответствует один член суммы из трёх сомножителей.

Определитель третьего порядка

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & -3 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 7\cdot\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} - (-3)\cdot\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + 5\cdot\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 7\cdot(6+1)+3\cdot(15-2)+(-5-4) = 49+39+45 = 43.$$

Матрицей размера $m \times n$ называется совокупность mn чисел, расположенных в виде таблицы из m строк и n столбцов:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ . & . & . & . \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Пример:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 4 \\ 6 & 2 & -8 \\ 0 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

размера 3×3

Числа, составляющие матрицу, называются ***элементами*** матрицы. Если $m \neq n$, то матрица называется ***прямоугольной***. Если $m=n$, то матрица называется ***квадратной порядка n.***

Также сведения о матрицах, действиях с ними представлены в файле «Понятие матрицы, действия с матрицами».pdf, сведения о геометрическом смысле определителей 2х2, 3х3 представлены в файлах приложений.