

1 курс

ПЛАН – КОНСПЕКТ
проведения лекционного занятия № 53
по дисциплине «Математика»

Раздел 13. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей.

Тема № 13.1: «Основные понятия комбинаторики»

Подготовил: преподаватель
В.Н. Борисов

Рязань
2026

**Лекционное занятие № 53 «Перестановки, размещения, сочетания»
по Теме № 13.1 «Основные понятия комбинаторики»**

Цель занятия: изучить со студентами основы комбинаторики, решение комбинаторных задач

Вид занятия: классно-групповое, комбинированное (по повторению, проверке знаний, умений по пройденному материалу, применению на практике полученных знаний).

Метод проведения занятия: доведение основных теоретических сведений, выполнение практических заданий.

Время проведения: 2 ч

Основные вопросы:

1. Основы комбинаторики.
2. Практическое применение полученных знаний – решение комбинаторных задач.

Литература:

1. [1 учебник раздела «Основные печатные и электронные издания» рабочей программы изучения дисциплины]: Алимов Ш.А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11 класс. Учебник. Базовый и углубленный уровень./Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева и др. — 13-е изд., стер. — 463 с., – Москва: Просвещение, 2025, ISBN 978-5-09-127034-1. — Текст: электронный // ЭБС Лань — URL: <https://e.lanbook.com/book/408656> (печатный: ISBN 978-5-09-120157-4), 317-335 (часть 7) § 60-64 (2012-2017,2025 годы издания, глава XI).
2. Дорофеева, А. В. Математика: учебник для среднего профессионального образования / А. В. Дорофеева. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 422 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-19044-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт], URL: <https://urait.ru/bcode/583955>, Тема 13, п.13.6.

Примерный расчет времени:

1. Вступительная часть – 20 мин.
2. Основная часть – 60 мин.
3. Заключительная часть – 10 мин.

Вступительная часть:

Занятия начать с объявления темы занятия, основных рассматриваемых вопросов, времени изучения темы (повторение пройденного материала), опроса по пройденному материалу, закрепления на практике полученных знаний, перечисления литературы.

Основная часть (повторение пройденного материала, изучение нового материала, выполнение практических заданий).

Первый вопрос: Основы комбинаторики.

Комбинаторика – раздел математики, который изучает способы комбинирования объектов по определённым правилам, подсчёта возможных вариантов расположения, комбинаций или выбора объектов.

Сведения по данному вопросу представлены в 1-ом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на с. 317-335 (часть 7) § **60-64 (2012-2017,2025 годы издания, глава XI)**, во 2-ом учебнике, указанном на с. 2 текущего документа, п. 13.6 Темы 13.

Второй вопрос: Практическое применение полученных знаний – решение комбинаторных задач.

Сведения по данному вопросу представлены в 1-ом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на с. 317-335 (часть 7) § **60-64 (2012-2017,2025 годы издания, глава XI)**, во 2-ом учебнике, указанном на с. 2 текущего документа, п. 13.6 Темы 13, Приложении.

Применение комбинаторики в железнодорожной отрасли.

Комбинаторика находит широкое применение в железнодорожной отрасли в различных сферах, связанных с планированием, оптимизацией процессов, управлением ресурсами и логистикой.

В теории логистики пассажирских перевозок

Комбинаторика используется при формировании матрицы отнесения расходов на перевозки пассажиров по видам логистики в зависимости от функциональной формы их выполнения. В этом случае применяются формулы:

- **Перестановки** — комбинации информационных блоков технологического и экономического характера, состоящие из однородных элементов и отличающиеся только порядком их расположения (без повторений и с повторениями).

- **Размещения** — комбинации информационных блоков, составленные из элементов, аналогичных перестановкам, но отличающиеся структурой или порядком расположения.
- **Сочетания** — комбинации информационных блоков в модели, составленные из различных элементов, имеющих отличия.

Также в теории логистики пассажирских перевозок используется математический аппарат теории исследования операций и элементы комбинаторики.

В задачах оптимизации тяговых ресурсов

Методы комбинаторной оптимизации применяются для автоматического подбора тяговых ресурсов (локомотивов) для грузовых железнодорожных перевозок. Например, задача может сводиться к поиску потока минимальной стоимости на специально сконструированном орграфе, где единицами потока являются локомотивы. При этом учитываются маршрут поезда, время готовности к отправлению, средняя скорость на участках, вес поезда, а также свойства локомотивов (грузоподъёмность, область разрешённого действия).

В построении составов поездов

Комбинаторика используется для решения задач о подсчёте различных конфигураций составов. Например, рассматривается задача о построении поездов, состоящих из вагонов длиной 1 или 2 единицы. Основное внимание уделяется количеству различных комбинаций, позволяющих сформировать поезд заданной длины. В этом случае может применяться рекуррентное соотношение, аналогичное последовательности Фибоначчи, что устанавливает связь между количеством поездов и числами Фибоначчи.

В сортировке вагонов

Комбинаторный способ разработан с использованием методов комбинаторики для расчёта оптимальных вариантов расстановки групп вагонов на ограниченном числе путей. В результате многократных экспериментов на ЭВМ были разработаны стандартные схемы сортировки вагонов, позволяющие минимизировать количество перестановок групп вагонов в процессе сортировки.

В моделировании грузовых железнодорожных перевозок

Методы теории графов и комбинаторной оптимизации применяются для моделирования грузовых железнодорожных перевозок. Например, задача оптимального назначения и перемещения локомотивов может сводиться к графово-комбинаторной задаче покрытия ориентированными путями вершин ориентированного графа совместимости перевозок.

Таким образом, комбинаторика служит инструментом для решения сложных задач в железнодорожной отрасли, помогая оптимизировать процессы, повысить эффективность работы и снизить затраты.

Применение комбинаторики в строительстве.

Комбинаторика находит применение в различных аспектах строительства — от архитектурного проектирования до оптимизации строительных процессов. Этот раздел математики изучает дискретные объекты, множества (сочетания, перестановки, размещения и перечисления элементов) и отношения на них.

Архитектурная комбинаторика

Архитектурная комбинаторика — раздел архитектурной теории, изучающий вопросы формообразования на основе различных комбинаций архитектурных элементов и концепций. Она включает два ключевых направления:

- **Концептуальная комбинаторика** — подбор идей, принципов и их трансформация для решения проектных задач.
- **Формальная комбинаторика** — интерпретация идей через материальные элементы формы, включая изменение конфигурации, размеров и позиционирования элементов в пространстве.

Основные методы архитектурной комбинаторики:

- комбинирование типовых элементов (например, модульных конструкций);
- изменение морфологических качеств объектов (размеры, форма, цвет);
- использование решёток для упорядочивания пространственных структур.

Эти методы позволяют создавать разнообразные и функциональные пространства, адаптированные к потребностям пользователей. С развитием цифровых технологий (BIM, параметрическое моделирование, программы вроде Rhino и Grasshopper) комбинаторные подходы стали ещё более эффективными: они позволяют быстро генерировать и анализировать множество вариантов проектных решений, визуализировать их в 3D, учитывать нормативные требования и энергоэффективность.

Пример применения: при проектировании многофункционального жилого комплекса комбинаторные подходы помогают интегрировать различные функции в единую структуру, эффективно использовать городское пространство, создавать узнаваемый силуэт застройки с чередованием морфологически изменяемых высотных объёмов.

Оптимизация строительных процессов

Комбинаторика используется для оптимизации распределения ресурсов и планирования работ. Например, **задача о назначениях** позволяет строительным компаниям сократить расходы за счёт минимизации издержек на материалы, труд и машинное время. Она помогает точно планировать последовательность выполнения проектных задач, избегая нежелательных задержек и перенаправления ресурсов.

Также комбинаторные методы применяются для **оптимизации календарных планов строительства**, например, при распределении ресурсов и управлении строительными потоками.

Дополнительные примеры

- **Комбинаторика стандартных блоков помещений** используется при реконструкции исторических объектов. Например, разработка стандартных помещений с минимально допустимыми размерами и их комбинаторика позволяют создавать оптимальные модели для различных конструктивных решений.
- **Комбинаторные задачи в строительстве и эксплуатации автомобильных дорог** связаны с выбором материалов, их расположением и анализом возможных вариантов расположения объектов. Комбинаторика помогает находить наиболее выгодные и эффективные решения в этих сферах.

Таким образом, комбинаторика в строительстве позволяет систематизировать поиск оптимальных решений, повышать эффективность процессов и создавать инновационные архитектурные проекты.

Применение комбинаторики в информационных технологиях.

Комбинаторика — раздел математики, который изучает способы комбинирования объектов по определённым правилам, подсчёта возможных вариантов расположения, комбинаций или выбора объектов. В информационных технологиях она находит широкое применение в различных областях, включая криптографию, машинное обучение, анализ данных, оптимизацию алгоритмов и обработку информации.

Криптография и безопасность данных

Комбинаторика играет ключевую роль в разработке и анализе криптографических алгоритмов. Некоторые направления применения:

- **Генерация криптографических ключей.** Количество возможных комбинаций ключей определяется комбинаторными методами. Например, современные алгоритмы шифрования используют большие размеры ключей (например, 256 бит), что обеспечивает огромное количество комбинаций.
- **Конструирование шифровальных схем.** В блочных шифрах применяются методы перестановок и замещений, которые создают сложные преобразования исходных данных. Комбинаторные принципы обеспечивают разнообразие и сложность этих преобразований, что затрудняет криптоанализ.
- **Хеш-функции.** Комбинаторика используется для разработки хеш-функций, защищённых от коллизионных атак и атак нахождения прообраза.

- **Анализ устойчивости криптосистем.** Комбинаторные методы помогают выявить и минимизировать избыточные или предсказуемые структуры в криптографических преобразованиях, которые могут быть использованы для построения эффективных алгоритмов взлома.
- **Криптографические протоколы.** Комбинаторика применяется в протоколах обмена ключами, аутентификации и конфиденциальных вычислениях. Например, используются комбинаторные структуры, такие как сбалансированные неполные блоки и латинские квадраты, для организации обмена ключами и распределения секретной информации.

Машинное обучение

В машинном обучении комбинаторика используется:

- **Для перебора гиперпараметров.** Комбинаторные методы помогают оценить сложность задачи и потенциального решения, выбрать оптимальный набор гиперпараметров.
- **При отборе признаков.** В задачах машинного обучения комбинаторные алгоритмы позволяют эффективно исследовать пространство возможных подмножеств признаков.
- **В анализе пользовательских сессий.** Комбинаторика применяется для изучения различных последовательностей действий пользователей на сайте, что помогает оптимизировать пользовательский опыт.
- **Для генерации синтетических данных.** При тестировании алгоритмов машинного обучения комбинаторные методы позволяют создавать разнообразные и репрезентативные тестовые выборки.

Комбинаторная оптимизация

Комбинаторная оптимизация — область математики и информатики, которая занимается поиском оптимального решения в задачах с большим количеством возможных вариантов. Некоторые области применения:

- **Логистика.** Оптимизация маршрутов доставки, планирование графиков работы транспорта, распределение ресурсов.
- **Проектирование систем.** Трассировка дорожек на печатных платах процессоров, управление
- **Финансовый анализ.** Балансировка инвестиционных портфелей, выбор оптимального набора активов.
- **Теория игр.** Анализ стратегий игроков, нахождение равновесия Нэша.

Для решения комбинаторных задач используются методы динамического программирования, жадные алгоритмы, методы ветвей и границ, эволюционные алгоритмы и другие.

Другие области

- **Обработка естественного языка.** Комбинаторика используется для анализа возможных заполнений в пропущенных данных, распределения слов, определения структуры предложений.

- **Процедурная генерация контента.** Случайные блуждания, клеточные автоматы и шумовые функции помогают создавать сложные и необычные эффекты.
- **Планирование экспериментов.** Комбинаторика помогает определить необходимое количество тестов для проверки различных гипотез и комбинаций параметров в А/В-тестировании.

Таким образом, комбинаторика служит фундаментом для многих современных технологий, позволяя оптимизировать процессы, повышать безопасность данных и решать сложные задачи в области информационных технологий.

Задание:

1. Рассмотреть примеры выполнения практических заданий (решение задач), приведенных в § 60-64 Учебника по Алгебре, указанного на с. 2 текущего документа.
2. Решить задачи, заданные преподавателем (из приведенного ниже списка):
№ 1043-1052, 1059-1066, 1072-1076, 1080-1086 (с.318-329) Учебника по Алгебре.

Заключительная часть занятия:

1. Закончить изложение материала.
2. Ответить на возникшие вопросы.
3. Подвести итоги занятия.
4. Выдать задание на самоподготовку (домашнее задание).

Задание на самоподготовку:

1. Детально проработать материал занятия, размещенный в текущем План-конспекте, приложении, в учебниках, указанных на с.2 текущего План-конспекта.
2. Решить задания, указанные преподавателем.
3. Подготовиться к опросу по пройденному материалу.