

2 курс

ПЛАН – КОНСПЕКТ
проведения лекционного, практического занятия № 13 по дисциплине
ОПЦ.11 «Прикладная математика»

**Раздел 2. Основы дискретной математики, математические
модели в транспортных системах**

Тема № 2.2: «Основы теории графов»

Лекционное занятие № 13

Практическое занятие № 13

Подготовил: преподаватель
В.Н. Борисов

Рязань
2026

Лекционное занятие № 13 «Основные понятия сетевого планирования и управления»

Практическое занятие № 13 «Расчёт параметров сетевого графика»

по Теме № 2.2 «Основы теории графов»

Цель занятий: изучить со студентами основные понятия сетевого планирования и управления, правила построения сетевого графика, расчет временных параметров сетевого графика, резервы времени событий и работ, коэффициент напряженности, построение диаграмм Ганта, анализ и оптимизация сетевых графиков

Виды занятий: классно–групповые, комбинированные (по проверке знаний, умений по пройденному материалу, по изучению и первичному закреплению нового материала).

Методы проведения занятий: доведение теоретических сведений, выполнение практических заданий.

Время проведения: 4 ч (лекционное занятие – 2 ч, практическое занятие – 2 ч)

Основные вопросы:

1. Основные понятия сетевого планирования и управления.
2. Правила построения сетевого графика.
3. Расчёт параметров сетевого графика, расчёт временных параметров сетевого графика.
4. Резервы времени событий и работ.
5. Коэффициент напряженности.
6. Построение диаграмм Ганта.
7. Анализ и оптимизация сетевых графиков.
8. Практическое применение полученных знаний – решение задач.

Литература:

1. [1 учебник раздела «Основные печатные и электронные издания» рабочей программы изучения дисциплины (список литературы 2026 г.)]: Гармаш, А. Н. Экономико–математические методы и прикладные модели : учебник для вузов / А. Н. Гармаш, И. В. Орлова, В. В. Федосеев ; под редакцией В. В. Федосеева. – 4–е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2026. – 328 с. – (Высшее образование). – ISBN 978–5–534–19233–9. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. с. 134 – URL: <https://urait.ru/bcode/582756>, п. 3.6 Главы 3.

Примерный расчет времени (по каждому занятию):

1. Вступительная часть – 20 мин.
2. Основная часть, практическая часть – 60 мин.
3. Заключительная часть – 10 мин.

Вступительная часть (по каждому занятию):

Занятие начать с объявления темы занятия, основных рассматриваемых вопросов, времени изучения темы (нового материала), закрепления на практике полученных знаний, перечисления литературы, опроса по пройденному материалу.

Основная часть (теоретическая), практическая часть:

Первый вопрос: Основные понятия сетевого планирования и управления.

Сетевое планирование и управление (СПУ) – это комплекс графических и расчётных методов, а также организационных мероприятий, которые обеспечивают моделирование, анализ и динамическую перестройку плана выполнения сложных проектов и разработок. Такие проекты могут включать строительство объектов, научно–исследовательские и конструкторские работы, подготовку производства, перевооружение и другие.

Основные этапы сетевого планирования и управления:

1. **Структурное планирование.** Проект разбивается на отдельные операции, для каждой определяется продолжительность. Затем строится сетевой график, который представляет взаимосвязи работ проекта. Это позволяет детально анализировать все работы и вносить улучшения в структуру проекта до его реализации.
2. **Календарное планирование.** Строится календарный график, который определяет моменты начала и окончания каждой работы, а также другие временные характеристики сетевого графика. На этом этапе выявляются критические операции, которым необходимо уделять особое внимание для завершения проекта в директивный срок.
3. **Оперативное управление.** Сетевой и календарный графики используются для составления периодических отчётов о ходе выполнения проекта. При этом сетевая модель может корректироваться, что приводит к разработке нового календарного плана.

Ключевые понятия сетевых моделей:

- **Работа** – процесс, происходящий во времени, требующий затрат ресурсов и имеющий протяжённость во времени. Может быть действительной (требующей затрат времени) или фиктивной (формально не требующей затрат времени, но представляющей связь между работами).

- **Событие** – определённое состояние в процессе выполнения работ, результат предшествующих работ, который даёт возможность начать другие работы. Не имеет протяжённости во времени.
- **Предшествующее событие** – событие, которое определяет начало работы.
- **Последующее событие** – событие, которое определяет завершение работы.
- **Исходное (начальное) событие** – событие, которое не имеет непосредственно предшествующих ему работ.
- **Конечное (завершающее) событие** – событие, которое не имеет непосредственно следующих за ним работ.

Сетевой график – графическое изображение комплекса работ в виде ориентированного графа без контуров с дугами, имеющими числовые характеристики, отображающие технологическую взаимосвязь между работами. На сетевом графике работы изображаются стрелками, а события – кружками.

Некоторые методы сетевого планирования:

- **Метод критического пути (СРМ).** Определяет последовательность технологических операций с учётом их продолжительности. Выявляет критические работы, задержка которых приводит к срыву общих сроков проекта.
- **Метод оценки и пересмотра планов (PERT).** Применяется при наличии неопределённости и вариативности сроков выполнения работ. Использует вероятностные оценки (оптимистичные, пессимистичные и наиболее вероятные) для расчёта вероятностных сроков завершения работ.

Программное обеспечение для реализации методов сетевого планирования включает, например, Primavera P6, Microsoft Project, PM.planner, Spider Project и другие.

Второй вопрос: Правила построения сетевого графика.

Сетевой график – динамическая модель производственного процесса, отражающая технологическую зависимость и последовательность выполнения комплекса работ. Правила построения такого графика касаются структуры, построения и расчёта параметров.

Структура

Основные элементы сетевого графика – **работа** и **событие**.

Работа отражает трудовой процесс, в котором участвуют люди, машины, механизмы, материальные ресурсы, либо процесс ожидания. Некоторые виды работ:

- **Действительная** – требует затрат времени и ресурсов.

- **Ожидание** – не требует затрат труда и материальных ресурсов, но занимает некоторое время.
- **Фиктивная (зависимость)** – не требует затрат времени и ресурсов, но указывает, что начало одной работы зависит от окончания другой (продолжительность такой работы нулевая).

Событие выражает факт окончания одной или нескольких непосредственно предшествующих работ, необходимых для начала непосредственно следующих работ. Некоторые виды событий:

- **Исходное** – начало выполнения комплекса работ.
- **Завершающее** – конечное событие, означающее достижение конечной цели комплекса работ.
- **Промежуточное** – результат одной или нескольких работ, представляющих возможность начать одну или несколько непосредственно следующих работ.

Построение

Некоторые правила построения сетевого графика:

- **Направление стрелок** – слева направо. Стрелки направляются от предшествующих событий к последующим, от событий с меньшими номерами к событиям с большими номерами.
- **Упорядочение событий** – события и работы должны располагаться так, чтобы для любой работы предшествующее ей событие было расположено левее и имело меньший номер по сравнению с завершающим эту работу событием.
- **Изображение параллельных работ** – если одно событие служит началом двух работ или более, заканчивающихся другим событием, вводятся зависимость и дополнительное событие, иначе разные работы будут иметь одинаковый код.
- **Разбиение работ** – если те или иные работы начинаются после частичного выполнения предшествующей, то эту работу следует разбить на части. При этом каждая часть работы в графике считается самостоятельной работой и имеет свои предшествующие и последующие события. studizba.
- **Запрет замкнутых контуров** – путей, в которых некоторые события соединяются сами с собой.
- **Запрет «тупиков»** – событий, из которых не выходит ни одной работы, за исключением завершающего события.
- **Запрет «хвостовых» событий** – событий, в которые не входит ни одной работы, если это событие не является начальным.

Расчёт

Некоторые параметры, которые рассчитывают при построении сетевого графика:

- **Ранние сроки начала и окончания работ** – расчёт осуществляется от исходного события к завершающему.

- **Поздние сроки начала и окончания работ** – рассчитываются от завершающего события к исходному, справа налево.
- **Продолжительность критического пути** – максимальное раннее окончание работ, входящих в завершающее событие.
- **Резервы времени** – время, на которое можно перенести начало работы или увеличить срок её выполнения, не нарушая общего срока выполнения программы.
- **Метод экспертных оценок** – для анализа сетевого графика со случайными длительностями по каждой работе, точную продолжительность которой установить нельзя, определяются временные оценки на основании опроса исполнителей и экспертов.

Ошибки

Некоторые ошибки, которых следует избегать при построении сетевого графика:

- **Неправильная нумерация событий** – предшествующим событиям присваиваются меньшие номера. Нумерацию событий рекомендуется производить только после окончательного построения сети и вести от исходного события, которому присваивается нулевой или первый номер.
- **Взаимное пересечение стрелок** – это может привести к неправильному изображению сети.
- **Ошибки в изображении дифференцированно–зависимых работ** – например, если одна группа работ зависит от другой группы, а одна или несколько работ имеют дополнительные зависимости или ограничения, обычно для решения этой проблемы вводят дополнительные события.

Таким образом,

ПРАВИЛА ПОСТРОЕНИЯ СЕТЕВОГО ГРАФИКА (СГ)

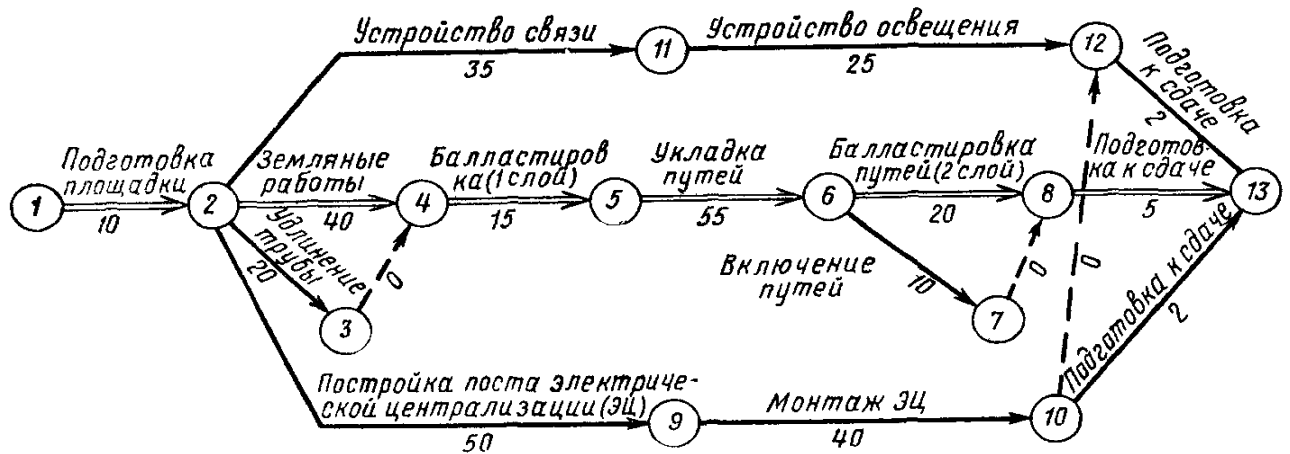
1. Сетевой график строится в масштабе времени.
2. Все построения ведутся слева направо.

3. Из одного события может входить или выходить одна или несколько работ.

4. При построении одного графика не должно быть тупиков!

5. При построении сетевого графика работы не должны пересекаться.

Резерв времени = П (продолжительность строительства) – сумма левого и правого секторов (3+4)
 На критическом пути резерв времени = 0



Сетевой график – это динамическая модель производственного процесса, отражающая технологическую зависимость и последовательность выполнения комплекса работ, увязывающая их свершение во времени с учетом затрат ресурсов и стоимости работ с выделением при этом узких (критических) мест.

Основные элементы сетевого графика – работа и событие. Работа отражает трудовой процесс, в котором участвуют люди, машины, механизмы, материальные ресурсы (проектирование сооружения, поставки оборудования, кладка стен, решение задач на ЭВМ и т. п.) либо процесс ожидания (твердение бетона, сушка штукатурки и т. п.).

Виды работ

Действительная работа в прямом смысле слова (например – подготовка трассы соревнований), требующая затрат труда, материальных ресурсов и времени;

Ожидание – работа не требующая затрат труда и материальных ресурсов, но занимающая некоторое время;

Фиктивная работа (Зависимость) – связь между двумя или более событиями, не требующая затрат труда, материальных ресурсов и времени, но указывающая, что возможность начала одной операции непосредственно зависит от выполнения другой. Продолжительность такой работы = 0.

Всякая работа в сети соединяет два события: предшествующее (являющееся для нее начальным) и следующее за ней (конечное).

Виды событий

Исходное событие – начало выполнения комплекса работ;

Завершающее событие – конечное событие, означающее достижение конечной цели комплекса работ;

Промежуточное событие, как результат одной или нескольких работ, представляющих возможность начать одну или несколько непосредственно

следующих работ. Продолжительность промежуточного события во времени всегда = 0.

Критический путь – путь, имеющий наибольшую продолжительность от исходного события до завершающего. (см. Метод критического пути)

Сетевой график – это графическое изображение процессов, выполнение которых необходимо для достижения поставленной цели.

Методы сетевого планирования и управления (СПУ) базируются на теории графов.

Графом называется совокупность двух конечных множеств: множества точек, которые называются вершинами, и множества пар вершин, которые называются ребрами.

В экономике обычно используются два вида графов: дерево и сеть.

Дерево представляет собой связный граф без циклов, имеющий исходную вершину (корень) и крайние вершины.

Сеть – это ориентированный конечный связный граф, имеющий начальную вершину (источник) и конечную вершину (сток).

Таким образом, каждый сетевой график представляет собой сеть, состоящую из узлов(вершин) и соединяющих их ориентированных дуг (ребер). Узлы графика называются событиями, а соединяющие их ориентированные дуги - работами. На сетевом графике события изображаются кружками или иными геометрическими фигурами, а соединяющие их работы безразмерными стрелками (безразмерными они называются потому, что длина стрелки не зависит от объема работы, которую она отражает).

Каждому событию сетевого графика приписывают определенный номер (i), а работу, соединяющие события, обозначают индексом (ij). Каждая работа характеризуется своей продолжительностью (длительностью) $t(ij)$. Значение $t(ij)$ в часах или днях проставляют в виде числа над соответствующей стрелкой сетевого графика.

В практике сетевого планирования используют несколько типов работ:

- 1) реальная работа, производственный процесс, который требует затрат труда, времени, материалов;
- 2) пассивная работа (ожидание), естественный процесс, который не требует затрат труда и материальных ресурсов, но осуществление которого может происходить лишь в течение определенного периода времени;

3) фиктивная работа (зависимость), которая не требует никаких затрат, но показывает, что какое-то событие не может свершиться ранее другого. При построении графика такие работы обычно обозначают пунктирной линией.

Каждая работа самостоятельно или в сочетании с другими работами заканчивается событиями, которые выражают результаты выполненных работ. В сетевых графиках выделяют следующие события: 1) исходное, 2) промежуточные, 3) завершающее (окончательное). Если событие имеет промежуточный характер, то оно является предпосылкой для начала следующих за ним работ. Считается, что событие не имеет продолжительности и осуществляется мгновенно после выполнения предшествующих ему работ. Исходному событию не предшествуют никакие работы. Оно выражает собой момент наступления условий для начала выполнения всего комплекса работ. Завершающее событие не имеет никаких последующих работ и выражает собой момент окончания всего комплекса работ и достижения намеченной цели.

Взаимосвязанные работы и события сетевого графика образуют пути, которые соединяют исходные и завершающие события, их называют полными. Полный путь на сетевом графике представляет собой последовательность работ по направлению стрелок от исходного до завершающего события. Полный путь максимальной продолжительности называется критическим. Продолжительность критического пути определяет конечный срок выполнения всего комплекса работ и достижения намеченной цели.

Работы, расположенные на критическом пути, называют критическими или напряженными. Все остальные работы считаются некритическими (ненапряженными) и обладают резервами времени, которые позволяют передвигать сроки их выполнения и сроки свершения событий, не влияя на общую продолжительность выполнения всего комплекса работ.

Правила построения сетевого графика.

1. Сеть вычерчивается слева направо, и каждое событие с большим порядковым номером изображается правее предыдущего. Общее направление стрелок, изображающих работы, также в основном должно быть расположено слева направо, при этом каждая работа должна выходить из события с меньшим номером и входить в событие с большим номером.

2. Два соседних события могут соединяться лишь одной работой. При изображении параллельных работ не допускается, чтобы они имели общие начальные и конечные события, так как в этом случае они будут иметь одинаковую нумерацию. Для изображения параллельных работ вводится промежуточное событие и фиктивная работа.

Третий вопрос: Расчёт параметров сетевого графика, расчёт временных параметров сетевого графика.

Расчёт параметров сетевого графика.

Расчёт временных параметров сетевого графика – это процесс определения временных характеристик комплекса работ, включая ранние и поздние сроки свершения событий, резервы времени, критический путь и другие параметры. Сетевой график – это графическое изображение комплекса работ, отражающее их логическую последовательность, взаимосвязь и длительность.

Расчёт параметров сетевого графика на предприятиях железнодорожного транспорта – это процесс определения временных характеристик выполнения работ, выявления критического пути и резервов времени. Сетевой график позволяет визуализировать последовательность операций, их взаимосвязи и продолжительность, что важно для оптимизации производственных процессов, например, при планировании движения поездов, обслуживании вагонов, ремонте инфраструктуры.



Сведения по данному вопросу также представлены в приложении № 1 и 2.

Расчёт временных параметров сетевого графика.

Расчёт временных параметров сетевого графика – это процесс, который позволяет определить сроки выполнения отдельных работ, продолжительность выполнения всего комплекса работ и критический путь. К таким параметрам относятся, например:

- **Ранний срок начала работы** – продолжительность самого длительного пути от начального события до предшествующего событию данной работы.
- **Ранний срок окончания работы** – сумма раннего начала и продолжительности данной работы (если работа начата в ранний срок).
- **Поздний срок начала работы** – определяется путём вычитания из продолжительности критического пути самого длительного пути от предшествующего событию данной работы до конечного события.
- **Поздний срок окончания работы** – сумма позднего начала и продолжительности данной работы, если работа начата в поздний срок.
- **Полный резерв или запас времени** – время, на которое можно перенести начало работы или увеличить срок её выполнения, не нарушая общего срока выполнения программы, то есть разность позднего и раннего начала работы.
- **Свободный резерв или независимый запас времени** – время, на которое можно перенести начало работы или увеличить её продолжительность без перенесения раннего начала последующих работ, то есть разность раннего начала последующей работы и раннего окончания данной работы.

Методы

Для расчёта временных параметров сетевого графика используют, например:

- **Аналитический.** Основан на математических расчётах с использованием формул.
- **Табличный метод.** Предполагает, что события сети упорядочены, каждая работа закодирована шифрами начального и конечного событий, известны продолжительности всех работ.
- **Графический метод.** Предусматривает расчёт параметров непосредственно на сетевом графике. Для этого все кружки (события) делятся на 4 сектора: в нижних секторах проставляются коды событий, в левых – ранние сроки свершения событий, в правых – поздние сроки свершения событий, в верхних секторах – резервы свершения событий.
- **Четырёхсекторный метод.** События сетевого графика рисуют в увеличенном масштабе и делят на четыре сектора. До начала расчёта заполняют только верхние сектора, в которых указывают номера соответствующих событий.

Формулы

Некоторые формулы для расчёта временных параметров сетевого графика:

- **Ранний срок свершения *i*-го события** – равен продолжительности пути, предшествующего этому событию. Если путей, предшествующих *i*-му событию несколько, то ранний срок свершения этого события равен максимальному среди продолжительностей всех предшествующих этому событию путей.
- **Поздний срок начала работы** – определяется путём вычитания из продолжительности критического пути самого длительного пути от предшествующего события данной работы до конечного события.
- **Общий резерв времени работы** – равен разности её поздних и ранних начал или окончаний.
- **Частный резерв времени этой же работы** – равен разности между ранним началом последующей работы и ранним окончанием данной работы (кроме работ, имеющих окончанием завершающее событие). Для всех работ, имеющих окончанием завершающее событие, частный резерв времени равен общему резерву.

Пример

Расчёт временных параметров сетевого графика может включать два этапа:

1. **Прямой проход** – вычисления начинают с исходного события и продолжают, пока не будет достигнуто завершающее событие. Для каждого события вычисляется одно число, представляющее ранний срок его наступления.

2. **Обратный проход** – вычисления начинают с завершающего события и продолжают, пока не будет достигнуто исходное событие. Для каждого события вычисляется поздний срок его наступления.

Важно: сетевой график удобен для расчёта, если он не имеет взаимно пересекающихся работ, все работы идут слева направо от события с меньшим номером к событию с большим номером.

Программное обеспечение

Для расчёта временных параметров сетевого графика используются, например:

- **Системы CPM (Critical Path Method)**, например, PM.planner. Поддерживают метод критического пути, позволяют строить графики любой сложности с учётом реальных условий проекта.
- **Программы для расчёта временных параметров сетевого графика на Visual Basic**, встроенные в Microsoft Excel. Расчёт выполняется в табличной форме, где строки соответствуют работам, а в столбцах записываются вычисленные для этих работ величины ранних и поздних начал, окончаний работ и резервы времени.

Четвёртый вопрос: Резервы времени событий и работ.

Резервы времени в сетевом графике – это параметры, которые позволяют оценить гибкость в управлении сроками выполнения проекта. Они делятся на резервы времени событий и резервы времени работ.

Резервы времени событий

Резерв времени события – это предельно допустимый период времени, на который можно перенести свершение события, не изменяя срока завершения всего комплекса работ. Он определяется как разница между поздним (T_p) и ранним (T_r) сроками наступления события:

$$R_i = T_{p(i)} - T_{r(i)}.$$

Поздний срок свершения события – это такой срок, превышение которого вызовет задержку завершающего события.

Ранний срок свершения события – это момент времени, раньше которого событие свершиться не может. Расчёт ранних сроков осуществляют последовательно, начиная от исходного события, для которого ранний срок принимается равным нулю.

События, лежащие на критическом пути, резервов времени не имеют. Критический путь – это наиболее продолжительный путь от исходного до завершающего события, его длительность определяет сроки начала и завершения всего комплекса работ.

Резервы времени работ

Полный резерв времени работы – это максимальное время, на которое можно увеличить продолжительность работы или задержать её начало, не изменяя при этом срока выполнения всего комплекса работ. Он равен максимальному резерву времени из всех путей, проходящих через данную работу от исходного до завершающего события.

Формула для расчёта полного резерва времени работы (i, j):

$$R_{п}(i, j) = T_{п}(j) - T_{р}(i) - t(i, j),$$

где $t(i, j)$ – продолжительность работы.

Свободный резерв времени работы – это максимальное время, на которое можно увеличить продолжительность работы или отсрочить её начало без нарушения ранних сроков наступления всех последующих событий и работ.

Частный резерв времени – это количество рабочего времени, на которое может быть увеличена продолжительность работы или перенесено её начало так, чтобы при этом не изменилось раннее начало последующих работ.

Независимый резерв (частный резерв второго порядка) – это запас времени, которым можно располагать при выполнении работы, если предположить, что её начальное событие свершится в предельное, а конечное – в ожидаемое время.

Резервы времени записывают над стрелками работ в виде дроби: в числителе – общий резерв времени, в знаменателе – частный резерв.

Важно: работы и события, лежащие на критическом пути, имеют резервы времени, равные нулю. Некритические пути (полные пути, продолжительность которых меньше критического) имеют резервы времени на участках, не совпадающих с критической последовательностью работ.

Пятый вопрос: Коэффициент напряженности.

Коэффициент напряжённости в сетевом графике – это параметр, который характеризует напряжённость сроков выполнения работ и позволяет оценить, насколько свободно можно располагать имеющимися резервами.

Определение и формула

Коэффициент напряжённости работы (K_{nij}) – это отношение продолжительности несовпадающих (заклѳченных между одними и теми же событиями) отрезков пути, одним из которых является путь максимальной продолжительности, проходящий через данную работу, а другим – критический путь.

Формула расчёта:

$$K_{nij} = t(L_{max}) / (t(L_{кр}) - t'(L_{кр})),$$

где:

- $t(L_{\max})$ – продолжительность максимального пути, проходящего через работу (i,j) ;
- $t(L_{\text{кр}})$ – продолжительность (длина) критического пути;
- $t'(L_{\text{кр}})$ – продолжительность отрезка рассматриваемого пути, совпадающего с критическим путём.

Альтернативный вариант формулы:

$$K_{nij} = 1 - (R_{\text{п}}(i,j))/(t(L_{\text{кр}}) - t'(L_{\text{кр}})),$$

где $R_{\text{п}}(i,j)$ – полный резерв времени работы (i,j) .

Особенности

- **Диапазон значений:** коэффициент напряжённости может изменяться в пределах от 0 до 1.
- **0** – для работ, у которых отрезки максимального из путей, не совпадающие с критическим путём, состоят из фиктивных работ нулевой продолжительности.
- **1** – для работ критического пути.
- **Чем ближе коэффициент напряжённости к 1**, тем сложнее выполнить работу в установленные сроки. **Чем ближе к 0**, тем большим относительным резервом обладает максимальный путь, проходящий через данную работу.

Классификация работ по зонам

На основе коэффициента напряжённости все работы сетевого графика можно разделить на три группы:

- **Критические (напряжённые)** – $K_{\text{н}} > 0,8$.
- **Подкритические** – $0,6 < K_{\text{н}} < 0,8$.
- **Резервные** – $K_{\text{н}} < 0,6$.

Значение для анализа и оптимизации

Коэффициент напряжённости позволяет:

- выявить работы, которые требуют пристального внимания (критические и подкритические);
- определить работы с значительными резервами времени, которые могут быть выполнены меньшими ресурсами или отсрочены в пределах имеющегося резерва.

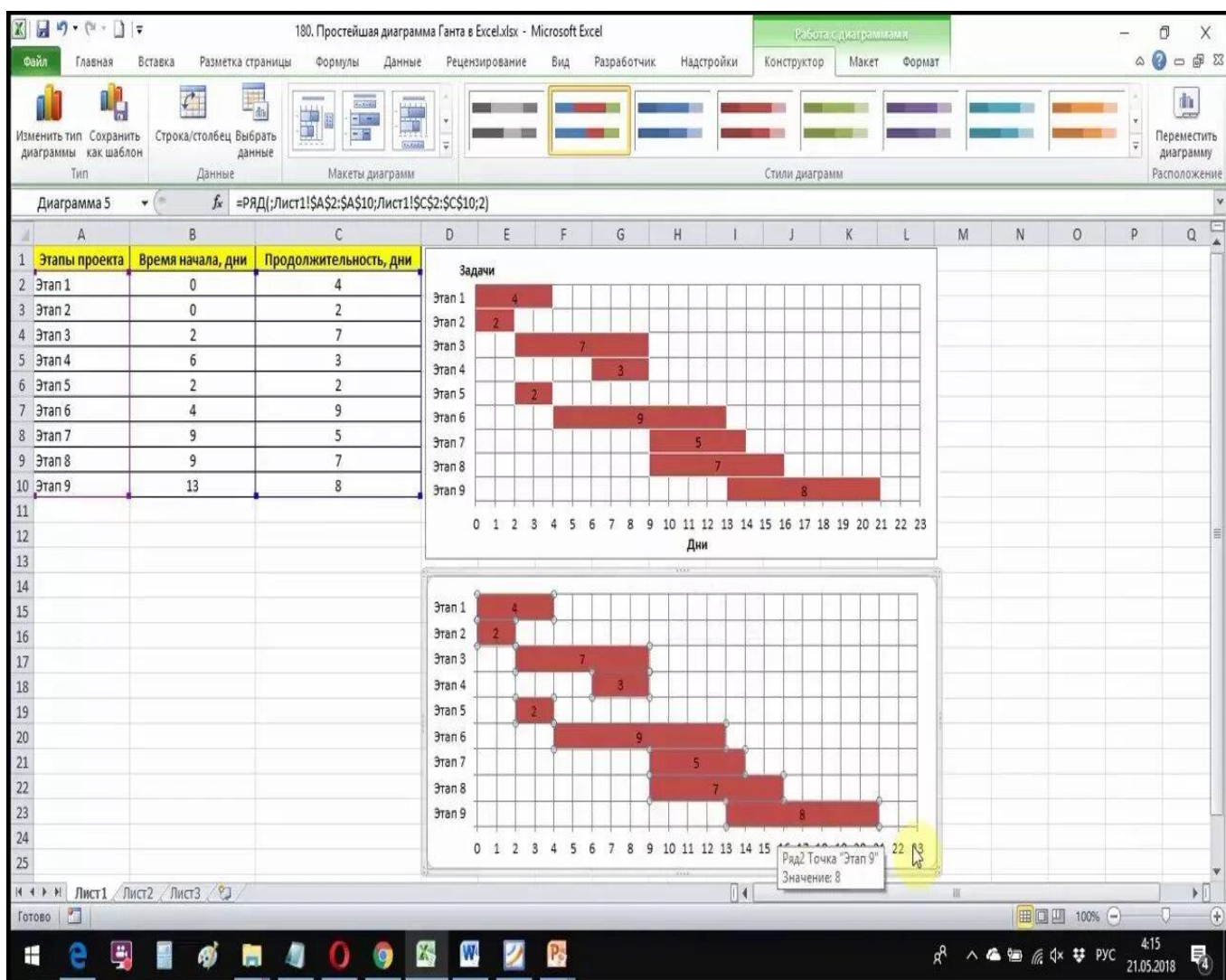
При оптимизации сетевого графика часто перераспределяют ресурсы с ненапряжённых работ на критические для ускорения их выполнения.

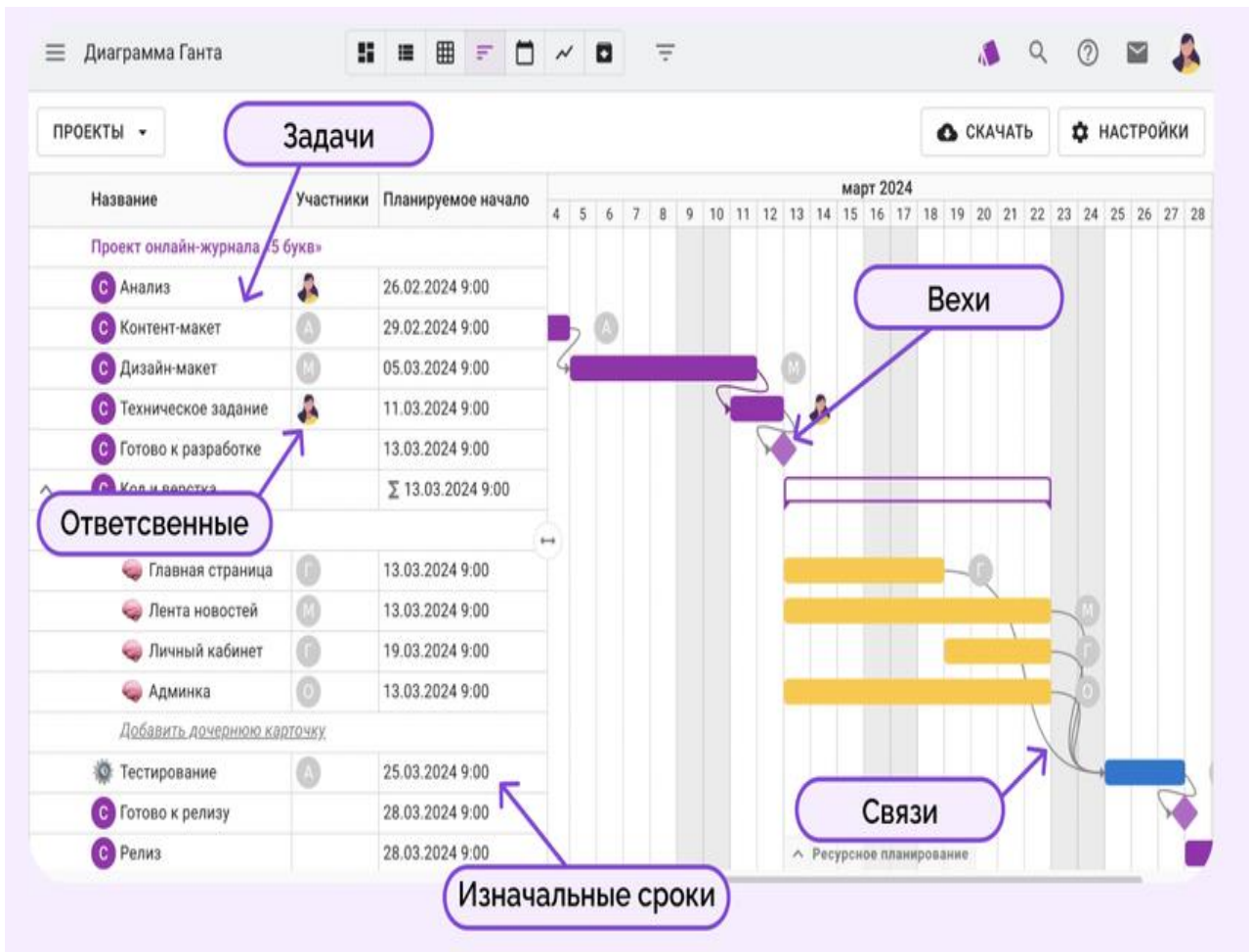
Важно: работы могут обладать одинаковыми полными резервами, но степень напряжённости сроков их выполнения, выражаемая коэффициентом

напряжённости, может быть различна. И наоборот, различным полным резервам могут соответствовать одинаковые коэффициенты напряжённости.

Шестой вопрос: Построение диаграмм Ганта.

Диаграмма Ганта и сетевой график – это два инструмента для планирования и управления проектами, которые дополняют друг друга. Сетевой график отражает последовательность и взаимосвязи работ, а диаграмма Ганта визуализирует их временные рамки, сроки выполнения и распределение ресурсов.





Построение диаграммы Ганта на основе сетевого графика

Диаграмма Ганта представляет собой график, где по горизонтали отложена шкала времени, а по вертикали – список задач (работ). Каждая задача изображается горизонтальным отрезком, длина которого пропорциональна продолжительности работы. Начало и конец отрезка соответствуют моменту начала и завершения работы.

Алгоритм построения диаграммы Ганта:

- 1. Определение временных рамок.** Назначаются даты начала и завершения проекта, которые размещаются в начале и в конце графика.
- 2. Разбиение проекта на задачи и подзадачи.** Для каждой задачи указываются даты начала и завершения.
- 3. Размещение задач на временной шкале.** Отрезки размещают в соответствии с тем, когда над ними будут работать.
- 4. Указание зависимостей между задачами** (если они есть). Например, одна задача не может начаться до завершения другой.
- 5. Добавление вех** – контрольных точек, обозначающих завершение крупных этапов работы. Они помогают расставить приоритеты.

Важно: при построении диаграммы Ганта нужно учитывать логические связи, определённые в сетевом графике. Например, если работа в сетевом графике

имеет несколько предшествующих работ, в диаграмме Ганта эти зависимости могут быть отражены через порядок расположения отрезков.

Особенности сетевого графика

Сетевой график – это ориентированный граф, где:

- **Рёбра** (дуги) отображают работы – технологические процессы, требующие временных и ресурсных затрат.
- **Вершины** (кружки) представляют события – моменты завершения работ, позволяющие приступить к следующим этапам.

Некоторые правила построения сетевого графика:

- Сетевая модель не должна содержать «тупиковых» событий, из которых не выходит ни одна работа, за исключением завершающего события.
- Для отображения порядка предшествования работ используют дополнительные дуги (фиктивные работы или связи), которые не требуют времени и ресурсов, а лишь указывают, что начало одной работы зависит от окончания другой.

Инструменты для построения

Для построения диаграмм Ганта и работы с сетевыми графиками используются различные программы и сервисы, например:

- **Microsoft Project** – специализированное ПО для управления проектами с функциями построения диаграмм Ганта.
- **Excel** – позволяет вручную создать диаграмму Ганта с помощью шаблонов и условного форматирования.
- **Онлайн-сервисы** (например, Аспро.Cloud, WEEEK, Shtab, ПланФикс, Битрикс24) – предоставляют инструменты для создания диаграмм Ганта, управления задачами, зависимостями и отслеживания прогресса.

Преимущества использования обоих инструментов:

- **Диаграмма Ганта** помогает наглядно увидеть последовательность задач, их сроки, распределение ресурсов и текущий прогресс выполнения проекта.
- **Сетевой график** позволяет выявить логические зависимости между этапами проекта, определить критический путь (последовательность работ с нулевым временным резервом, определяющую минимальную продолжительность проекта) и проанализировать узкие места.

Таким образом, диаграмма Ганта и сетевой график дополняют друг друга: сетевой график даёт представление о порядке и взаимосвязях работ, а диаграмма Ганта – о временных рамках и сроках их выполнения.

Седьмой вопрос: Анализ и оптимизация сетевых графиков.

Анализ и оптимизация сетевых графиков – это процессы, связанные с планированием и управлением комплексными проектами. Сетевой график – это

графическая модель, которая отображает взаимосвязи и последовательность выполнения работ, их продолжительность и ресурсы.

Анализ сетевого графика

Анализ начинается с изучения **топологии сети**. Включает контроль построения графика, установление целесообразности выбора работ, степени их расчленения.

Ключевые параметры для анализа:

- **Критический путь** – наиболее продолжительная цепочка работ от исходного до завершающего события. Его длительность определяет сроки начала и завершения всего комплекса работ. Критическими считаются работы с нулевым полным резервом.
- **Ранние и поздние сроки начала и окончания работ** – параметры, которые рассчитываются на основе топологии сети.
- **Резервы времени** – разница между поздним и ранним сроками начала/окончания работы. Выделяют полный, свободный и независимый резервы.
- **Коэффициент напряжённости работ** – отношение продолжительности отрезков пути, одним из которых является путь максимальной продолжительности, проходящий через данную работу, а другим – критический путь.
- **Коэффициент сложности** – отношение количества работ к количеству событий. Сетевые графики с коэффициентом от 1,0 до 1,5 считаются простыми, от 1,51 до 2 – средней сложности, более 2 – сложными.

Также проводится **классификация и группировка работ по величинам резервов**.

Оптимизация сетевого графика

Оптимизация направлена на улучшение параметров графика, достижение соответствия между планом, задачами и возможностями исполнителей.

Виды оптимизации:

- **Частная** – минимизация времени выполнения комплекса работ при заданной стоимости или минимизация стоимости при заданном времени выполнения проекта.
- **Комплексная** – нахождение оптимального соотношения величин стоимости и сроков выполнения проекта в зависимости от поставленных целей.

Методы оптимизации по критериям:

- **По времени** – сокращение критического пути за счёт перераспределения ресурсов, привлечения дополнительных исполнителей, замены продолжительности работ на сокращённую и т. д..
- **По ресурсам** – перераспределение взаимозаменяемых сотрудников с менее загруженных работ на критические.

- **В условиях неопределённости** – метод «время-стоимость», при котором предполагается, что при уменьшении продолжительности работы возрастает её стоимость.

Некоторые методы оптимизации:

- **Метод критического пути** – последовательный расчёт ранних и поздних сроков работ, определение критического пути.
- **Метод PERT (Project Evaluation Review Technique)** – учитывает неопределённость длительности работ, использует β -распределение для оценки параметров с трёх экспертных позиций: оптимистичной, пессимистичной и наиболее вероятной.
- **Численные методы** – алгоритм Келли, алгоритм Гомори, метод ветвей и границ, муравьиный алгоритм и др.

При ограниченных ресурсах оптимизация может включать перестройку структурного плана графика, расчленение трудоёмких работ критического пути на части, которые выполняются параллельно.

Для сложных задач (например, минимизация стоимости при заданном времени или сокращение времени разработки с допустимым увеличением стоимости)

применяются **экономико-математические методы**, в частности, метод линейного программирования.

После оптимизации сетевой график может обновляться с исключением законченных и аннулированных работ, фиксацией выполняющихся работ и уточнением характеристик предстоящих работ.

Восьмой вопрос: Практическое применение полученных знаний – решение задач.

Решить задания, указанные преподавателем (представлены в приложении № 1 и приложении № 2).

Заключительная часть занятия (по каждому занятию):

1. Закончить изложение материала.
2. Ответить на возникшие вопросы.
3. Подвести итоги занятия.
4. Выдать задание на самоподготовку (домашнее задание).

Задание на самоподготовку (по каждому занятию):

1. Детально проработать материал занятия, размещенный в текущем План-конспекте, приложении, в учебнике, указанном на с.2 текущего План-конспекта.
2. Решить задания, указанные преподавателем.
3. Подготовиться к опросу по пройденному материалу.