2 курс

ПЛАН – КОНСПЕКТ
проведения практического занятия № 1
«Работа с системами счисления»
по дисциплине «Информатика»

Раздел 1. «Автоматизированная обработка информации.»

Тема № 1.1: «Информация, информационные процессы, информационное общество.»

Подготовил: преподаватель
В.Н. Борисов

Рязань 2024

Практическое занятие № 1 «Работа с системами счисления.»
по Теме № 1.1. «Информация, информационные процессы, информационное общество».

Цель занятия: изучить со студентами основные сведения о системах счисления, практическое применение полученных знаний – выполнение заданий, включающих в себя перевод целых чисел из одной системы счисления в другую, арифметические операции в позиционных системах счисления.

Вид занятия: классно-групповое, комбинированное (по проверке знаний, умений по пройденному материалу, по изучению и первичному закреплению нового материала, применению на практике полученных знаний).

Методы проведения занятия: доведение теоретических сведений, выполнение практического задания.

Время проведения: 2 ч (90 мин.)

Основные вопросы:

1. Представление числовых данных: общие принципы представления данных, форматы представления чисел.
2. Общие сведения о системах счисления. Системы счисления, используемые компьютером. Представление чисел в различных системах счисления. Представление целых чисел в двоичной системе счисления. Перевод чисел из одной системы счисления в другую, в том числе перевод целых чисел из одной системы счисления в другую. Перевод чисел между системами счисления с кратными основаниями.
3. Выполнение арифметических операций в различных (в том числе позиционных) системах счисления.
4. Применение на практике изученного материала (выполнение практических заданий – выполнение преобразований чисел из одной системы счисления в другую, выполнение арифметических операций в различных системах счисления).

Литература:

1. [2 учебник раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины]: Гаврилов, М. В. Информатика и информационные технологии : учебник для среднего профессионального образования / М. В. Гаврилов, В. А. Климов. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 355 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-15930-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/viewer/informatika-i-informacionnye-tehnologii-510331#page/1, главы 1,2.

Примерный расчет времени:

1. Вступительная часть – 20 мин.
2. Основная часть – 60 мин.
3. Заключительная часть – 10 мин.

Вступительная часть:

Занятия начать с объявления темы занятия, основных рассматриваемых вопросов, времени изучения темы (нового материала), закрепления на практике полученных знаний, перечисления литературы.

Основная часть (доведение теоретических сведений):

Первый вопрос: <u>Представление числовых данных: общие принципы представления данных, форматы представления чисел.</u>

ФОРМАТЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ДАННЫХ

Есть два основных способа представления информации - **числовой** и **символьный.**

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

На каждый символ в оперативной памяти ЭВМ отводится 1 байт.
Каждый символ имеет собственную кодовую комбинацию. С помощью одного байта можно получить 256 не совпадающих кодовых комбинаций

Количество байт	Количество кодовых комбинаций
1	$2=2^1$
2	$4=2^2$
...	...
8	$256=2^8$

12

Внутреннее представление числовых данных

Беззнаковые целочисленные форматы

Байтовый *(8 разрядов)*

Номер разряда

7	6	5	4	3	2	1	0
0	1	1	1	1	0	0	1

Содержимое разряда

Формула максимального числа в n разрядах:

$$max = b^n - 1$$

диапазон [0, …, 255] – **256** значений

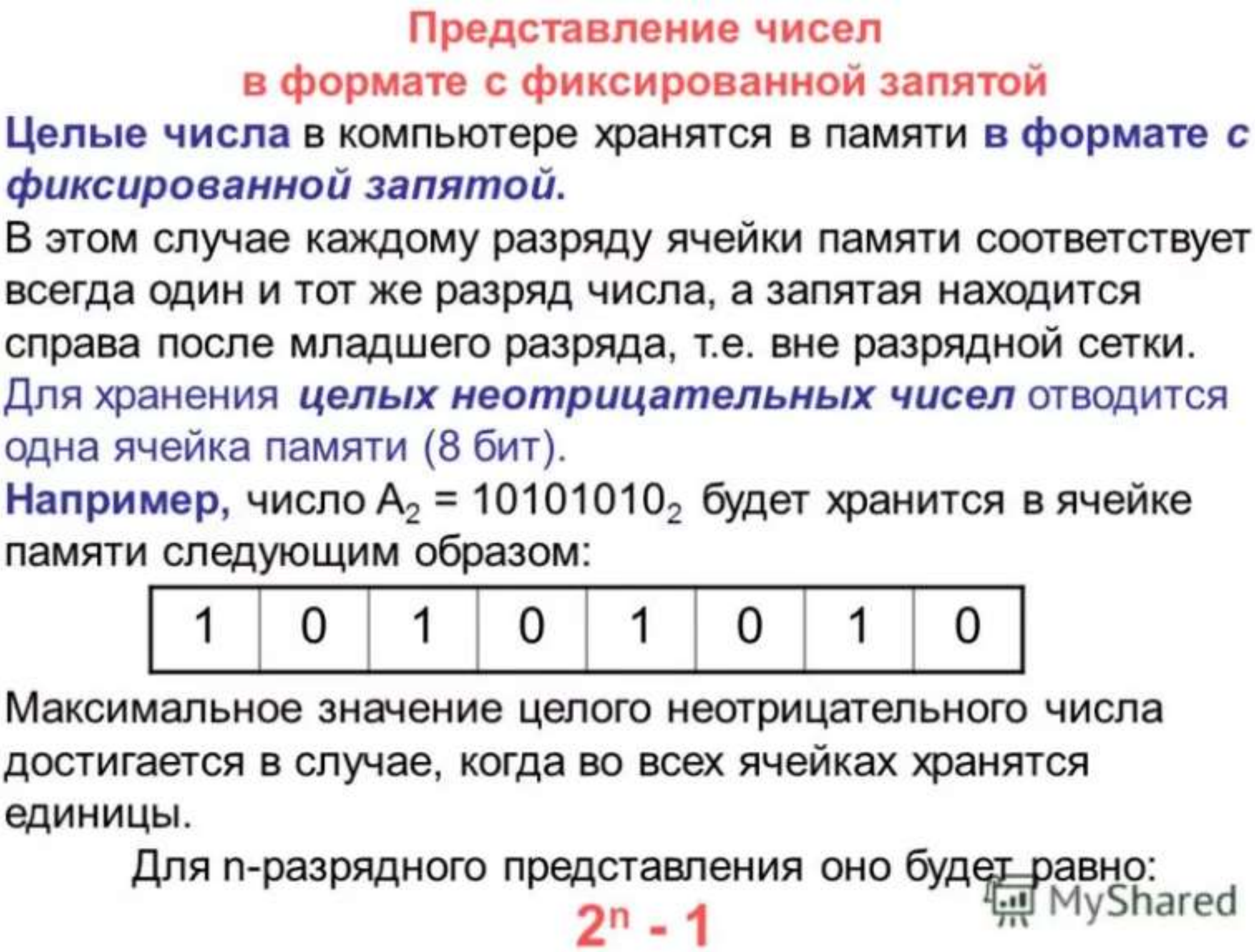
Короткий целый *(2 байта, 16 разрядов)*

Старший байт								Младший байт							
15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1

диапазон [0 ,..., 65 535]

Средний *(двойное слово, 32 разряда)*

диапазон [0 … 4 294 967 295]



Представление чисел в формате с фиксированной запятой

Целые числа в компьютере хранятся в памяти ***в формате с фиксированной запятой.***

В этом случае каждому разряду ячейки памяти соответствует всегда один и тот же разряд числа, а запятая находится справа после младшего разряда, т.е. вне разрядной сетки.

Для хранения ***целых неотрицательных чисел*** отводится одна ячейка памяти (8 бит).

Например, число $A_2 = 10101010_2$ будет хранится в ячейке памяти следующим образом:

1	0	1	0	1	0	1	0

Максимальное значение целого неотрицательного числа достигается в случае, когда во всех ячейках хранятся единицы.

Для n-разрядного представления оно будет равно:

$$2^n - 1$$

Представление чисел в ЭВМ

Решение проблем математического моделирования в естественных науках, экономике и технике, работа с САПР, электронными таблицами невозможна без использования вещественных (действительных) чисел.

Все числовые данные хранятся в памяти компьютера в двоичном виде, т. е. в виде последовательностей нулей и единиц, однако формы хранения целых и вещественных чисел **различны.**

Необходимость различного представления целых и вещественных чисел вызвана тем, что скорость выполнения операций над целыми числами существенно выше, чем над вещественными числами.

Текстовая, графическая, звуковая информация, количество деталей, акций, сотрудников – эти и многие другие данные выражаются **целыми числами**.

Для решения математических и физических задач, в которых невозможно обойтись только целыми числами, используются **вещественные числа**.

Представление числовой информации в компьютере

В десятичной системе счисления любое число может быть представлено через степени числа 10 (основание системы). Например,

$725 = 7 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$

Любое число в позиционной системе счисления можно записать в следующем виде:

$$\mathbf{X = a_n \bullet p^{n-1} + a_{n-1} \bullet p^{n-2} + \ldots + a_2 \bullet p^1 + a_1 \bullet p^0 + a_{-1} \bullet p^{-1} + \ldots + a_{-m} \bullet p^{-m}},$$

где p – основание системы счисления;

n и m – число целых и дробных разрядов, соответственно.

Представление целых чисел в компьютере

Целые числа в компьютере могут представляться со знаком или без знака.

Целые числа без знака занимают в памяти один или два байта.

Формат числа в байтах	Запись с порядком	Обычная запись
1	$0 \dots 2^8 - 1$	0 …255
2	$0 \dots 2^{16} - 1$	0 …65535

Пример. Число $72_{10} = 1001000_2$ в однобайтовом формате

0	1	0	0	1	0	0	0

Представление чисел в формате с фиксированной запятой

- Целые числа **без знака в** двухбайтовом формате могут принимать значения

От 0 до 2^{16}-1 (до 65535)

- Целые числа **со знаком в** двухбайтовом формате могут принимать значения

От -2^{15} до $+2^{15}$-1 (от -32768 до + 32767)

- Например, 19 (10011_2) в 16-разрядном представлении в памяти ПК записывается так:

15	*14*	*13*	*12*	*11*	*10*	*9*	*8*	*7*	*6*	*5*	*4*	*3*	*2*	*1*	*0*
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1

поле числа

знак числа

Представление целых чисел со знаком (с фиксированной запятой)

Определение.

Представление числа в форме, при которой старший разряд ячейки отводится под знак, остальные разряды – под цифры числа, называется прямым кодом.

11001_2

0	0	0	1	1	0	0	1

В знаковом разряде 0

-11001_2

1	0	0	1	1	0	0	1

В знаковом разряде 1

Формат с плавающей запятой

Число в формате с плавающей запятой может занимать в памяти компьютера 32 или 64 разряда.

При этом выделяются разряды для хранения

знака порядка, порядка, знака мантиссы и мантиссы.

0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Знак и порядок								Знак и мантисса																							

Диапазон представления вещественных чисел определяется количеством разрядов, отведённых для хранения порядка числа, а точность - количеством разрядов, отведённых для хранения мантиссы.

Диапазоны представления чисел с плавающей запятой

Числа с плавающей запятой **одинарной точности** могут хранить значение в диапазоне

$$[-3{,}37\cdot 10^{38};\ -1{,}17\cdot 10^{-38}]\ \mathrm{U}\ [1{,}17\cdot 10^{-38};\ 3{,}37\cdot 10^{38}],$$

где

минимальное вещественное отрицательное число	максимальное вещественное отрицательное число	минимальное вещественное положительное число	максимальное вещественное положительное число

Для чисел с половинной точностью: $[-65504;\ -5.96\cdot 10^{-8}]\ \mathrm{U}\ [5.96\cdot 10^{-8};\ 65504]$.

Для чисел с двойной точностью: $[-1{,}8\cdot 10^{308};\ -2{,}2\cdot 10^{-308}]\ \mathrm{U}\ [2{,}2\cdot 10^{-308};\ 1{,}8\cdot 10^{308}]$.

Для чисел с расшир. точностью: $[-1{,}18\cdot 10^{4932};\ -3{,}37\cdot 10^{-4932}]\ \mathrm{U}\ [3.37\cdot 10^{-4932};\ 1{,}18\cdot 10^{4932}]$.

…

Кодирование числовой информации

- **Целые числа со знаком** обычно занимают в памяти компьютера один, два или четыре байта, при этом самый левый (старший) разряд содержит информацию о знаке числа.

Формат числа в байтах	Диапазон	
	Запись с порядком	Обычная запись
1	$-2^{7} \ldots 2^{7}-1$	-128 … 127
2	$-2^{15} \ldots 2^{15}-1$	-32768 … 32767
4	$-2^{31} \ldots 2^{31}-1$	–2147483648 ... 2147483647

Второй вопрос: <u>Общие сведения о системах счисления. Системы счисления, используемые компьютером. Представление чисел в различных системах счисления. Представление целых чисел в двоичной системе счисления. Перевод чисел из одной системы счисления в другую. Перевод чисел между системами счисления с кратными основаниями.</u>

Система счисления — символический метод записи чисел, представление чисел с помощью письменных знаков.

Символы, при помощи которых записывается число, называются **цифрами.**

Система счисления:

- даёт представления множества чисел (целых или вещественных)
- даёт каждому числу уникальное представление (или, по крайней мере, стандартное представление)
- отражает алгебраическую и арифметическую структуру чисел.

Разные народы в разные времена использовали разные системы счисления. Следы древних систем счета встречаются и сегодня в культуре многих народов. К древнему Вавилону восходит деление часа на 60 минут и угла на 360 градусов. К Древнему Риму - традиция записывать в римской записи числа I, II, III и т. д. К англосаксам - счет дюжинами: в году 12 месяцев, в футе 12 дюймов, сутки делятся на 2 периода по 12 часов.

По современным данным, развитые системы нумерации впервые появились в древнем Египте. Для записи чисел египтяне применяли иероглифы один, десять, сто, тысяча и т.д. Все остальные числа записывались с помощью этих иероглифов и операции сложения. Недостатки этой системы - невозможность записи больших чисел и громоздкость.

В конце концов, самой популярной системой счисления оказалась десятичная система. Десятичная система счисления пришла из Индии, где она появилась не позднее VI в. н. э. В ней всего 10 цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, но информацию несет не только цифра, но также и место позиция, на которой она стоит. В числе 444 три одинаковых цифры обозначают количество и единиц, и десятков, и сотен. А вот в числе 400 первая цифра обозначает число сотен, два 0 сами по себе вклад в число не дают, а нужны лишь для указания позиции цифры 4.

Классификация систем счисления

Системы счисления подразделяются на позиционные и непозиционные.

Позиционные системы счисления

Позиционные системы счисления (СС) - это системы счисления, в которых количественный эквивалент каждой цифры (её вес) зависит от ее положения (позиции) в записи числа.

Путем долгого развития человечество пришло к созданию позиционного принципа записи чисел, который состоит в том, что каждая цифра, содержащаяся в записи числа, занимает определенное место, называемое разрядом. Отсчет разрядов производится справа налево. Единица каждого следующего разряда всегда превосходит единицу предыдущего разряда в определенное число раз. Это отношение носит название основание системы счисления (у непозиционных систем счисления понятия «разряда» и «основания» отсутствуют).

Например:
число **237** состоит из **3** цифр. Понятно, что отдельно взятая цифра **7** больше чем цифра **2.** Однако, в составе числа, двойка стоит на позиции сотен, а семёрка - на позиции единиц, поэтому количественное представление двойки - **две сотни**, или двести, а семёрка - всё та же **семь.**

Многие, кроме десятичной СС, о других позиционных системах не имеют представления, хотя и часто ими пользуются. Например:

1. шестидесятиричная (Древний Вавилон) - первая позиционная система счисления. До сих пор при измерении времени используется основание равное 60 (1 мин = 60 с, 1 ч = 60 мин);
2. двенадцатеричная система счисления (широкое распространение получила в XIX в. Число12 - «дюжина»: в сутках две дюжины часов. Счет не по пальцам. а по суставам пальцев. На каждом пальце руки, кроме большого, по 3 сустава - всего 12.

В настоящее время наиболее распространенными позиционными системами счисления являются десятичная, двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная.

Общее свойство всех позиционных систем счисления: при каждом переходе влево (вправо) в записи числа на один разряд величина цифры увеличивается (уменьшается) во столько раз, чему равно основание системы счисления.

Достоинства позиционных систем счисления:

- в позиционных системах счисления устранены все недостатки непозиционных:
- в них можно записать любое число (как натуральное, так и действительное);
- запись чисел компактна и удобна;
- благодаря поразрядной организации записи чисел с ними легко проводить математические операции.

Непозиционные системы счисления.

В непозиционных системах счисления величина, которую обозначает цифра, не зависит от положения в числе. Например: Римская система счисления.

Из многочисленных представителей этой группы в настоящее время сохранила свое значение лишь римская система счисления, где для обозначения цифр используются латинские буквы:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

С их помощью можно записывать натуральные числа. Например, число 1995 будет представлено, как MCMXCV (M-1000,CM-900,XC-90 и V-5).

Правила записи чисел в римской системе счисления:

- если большая цифра стоит перед меньшей, они складываются, например: VI – 6 (5+1);

- если меньшая цифра стоит перед большей, то из большей вычитается меньшая, причем в этом случае меньшая цифра уже повторяться не может, например: XL — 40 (50-10), XXL – нельзя;
- цифры M, C, X, I могут повторяться в записи числа не более трех раз подряд;
- цифры D, L, V могут использоваться в записи числа только по одному разу.

Например, запись XXX обозначает число 30, состоящее из трех цифр X, каждая из которых, независимо от места ее положения в записи числа, равна 10. Запись MCXX1V обозначает 1124, а самое большое число, которое можно записать в этой системе счисления, это число MMMCMXCIX (3999). Для записи еще больших чисел пришлось бы вводить все новые обозначения. По этой причине, а также по причине отсутствия цифры ноль, римская система счисления не годится для записи действительных чисел.

Таким образом, можно констатировать следующие основные недостатки непозиционных систем счисления:

- в них нельзя записать любое число;
- запись чисел обычно громоздка и неудобна;
- математические операции над ними крайне затруднены.

Алфавит и основание системы счисления.

Алфавитом системы счисления называется совокупность различных цифр, используемых в позиционной системе счисления для записи чисел. Например:
Десятичная система: {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
Двоичная система: {0, 1}
Восьмеричная система: {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
Шестнадцатеричная система: {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F}

Количество цифр в алфавите равно основанию системы счисления. **Основанием** позиционной системы счисления называется количество знаков или символов, используемых для изображения числа в данной системе счисления.

Базисом позиционной системы счисления называется последовательность чисел, каждое из которых задает количественное значение или «вес» каждого разряда. Например: Базисы некоторых позиционных систем счисления.
Десятичная система: 10^0, 10^1, 10^2, 10^3, 10^4,…, 10^n,…
Двоичная система: 2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4,…, 2^n,…
Восьмеричная система: 8^0, 8^1, 8^2, 8^3, 8^4,…, 8^n,…
Пример. Десятичное число 4718,63, двоичное число 1001,1, восьмеричное число 7764,1, шестнадцатеричное число 3AF.

Позиция цифры в числе называется **разрядом**: разряд возрастает справа налево, от младших к старшим, начиная с нуля.

Развёрнутая форма представления числа

В позиционной системе счисления любое вещественное **число в развернутой форме** может быть представлено в следующем виде:
$A = \pm (a_{n-1}q^{n-1}+a_{n-2}q^{n-2}+ \ldots +a_0q^0+a_{-1}q^{-1}+a_{-2}q^{-2}+ \ldots +a_{-m}q^{-m})$
Здесь:
A - само число,
q - основание системы счисления,
a_i - цифры, принадлежащие алфавиту данной системы счисления,
n - число целых разрядов числа,
m - число дробных разрядов числа.

Развернутая форма записи числа - сумма произведений коэффициентов на степени основания системы счисления.

Пример. Десятичное число A_{10} = 4718,63 в развернутой форме запишется так:
$A_{10} = 4{\bullet}10^3 + 7{\bullet}10^2 + 1{\bullet}10^1 + 8{\bullet}10^0 + 6{\bullet}10^{-1} + 3{\bullet}10^{-2}$
Двоичное число $A_2 = 1001{,}1 = 1{\bullet}2^3 + 0{\bullet}2^2 + 0{\bullet}2^1 + 1{\bullet}2^0 + 1{\bullet}2^{-1}$
Восьмеричное число $A_8 = 7764{,}1 = 7{\bullet}8^3 + 7{\bullet}8^2 + 6{\bullet}8^1 + 4{\bullet}8^0 + 1{\bullet}8\text{-}^1$
Шестнадцатеричное число $A_{16} = 3AF = 3{\bullet}16^2 + 10{\bullet}16^1 + 15{\bullet}16^0$

Системы счисления, используемые в вычислительной технике.
Несмотря на то, что исторически человек привык работать в десятичной системе счисления, с технической точки зрения она крайне неудобна, так как в электрических цепях компьютера требовалось бы иметь одновременно десять различных сигналов. Тем не менее, такие схемы существуют в некоторых видах микрокалькуляторов.

Чем меньше различных сигналов в электрических цепях, тем проще микросхемы, являющиеся основой конструкции большинства узлов ЭВМ, и тем надежнее они работают.

Наименьшее основание, которое может быть у позиционных систем счисления это – двойка. Именно поэтому двоичная система счисления используется в вычислительной технике, а двоичные наборы приняты за средство кодирования информации. В компьютере имеются только два устойчивых состояния работы микросхем, связанных с прохождением электрического тока через данное устройство (1) или его отсутствием (0). Говоря точнее, (1) кодирует высокое напряжение в схеме компьютера, а (0) – низкое напряжение.

Если вспомнить, что двоичная система счисления обладает самыми маленькими размерами таблиц сложения и умножения, то можно догадаться, что этот факт должен сильно радовать конструкторов ЭВМ, поскольку обработка сигнала в этом случае будет также самой простой. Таким образом, двоичная система счисления, с точки зрения организации работы ЭВМ, является наилучшей.

Мы уже говорили о преимуществах двоичной системы счисления с технической точки зрения организации работы компьютера. Зачем нужны другие системы счисления, кроме, естественно, еще и десятичной, в которой человек привык работать? Чтобы ответить на него, возьмем любое число в десятичной системе счисления, например 255, и переведем его в другие системы счисления с основаниями, кратными двойке:

$255_{10} = 11111111_2 = 3333_4 = 377_8 = FF_{16}$.

Чем меньше основание системы счисления, тем больше разрядов требуется для его записи то есть, тем самым мы проигрываем в компактности записи чисел и их наглядности. Поэтому, наряду с двоичной и десятичной системами счисления, в вычислительной технике применяют так же запись чисел в 8-и 16-ричных системах счисления. Поскольку их основания кратны двойке, они органично связаны с двоичной системой счисления и преобразуются в эту систему наиболее быстро и просто (по сути они являются компактными видами записи двоичных чисел). Все другие системы счисления представляют для вычислительной техники чисто теоретический интерес.

Используя приложение Калькулятор операционной системы Windows запишите значения числа 1010 10 в различных системах счисления.
Для этого:

1. откройте калькулятор: ПУСК-ПРОГРАММЫ-СТАНДАРТНЫЕ-КАЛЬКУЛЯТОР
2. настройте вид калькулятора на инженерный: ВИД-ИНЖЕНЕРНЫЙ

- Dec – десятичная система счисления
- Oct – восьмеричная система счисления
- Bin – двоичная система счисления
- Hex – шестнадцатеричная система счисления

1. поставьте флажок в Dec и наберите число 1010
2. поставьте флажок в Oct – вы увидите данное число, представленное в 8-ой системе счисления (запишите результат)
3. поставьте флажок в Bin – вы увидите данное число, представленное в 2-ой системе счисления (запишите результат)
4. поставьте флажок в Hex – вы увидите данное число, представленное в 16-ой системе счисления (запишите результат)

Алгоритмы перевода в системы счисления по разным основаниям:

Алгоритм перевода чисел из любой системы счисления в десятичную:

1. Представить число в развернутой форме. При этом основание системы счисления должно быть представлено в десятичной системе счисления.
2. Найти сумму ряда. Полученное число является значением числа в десятичной системе счисления.

Алгоритм перевода целых чисел из десятичной системы счисления в любую другую

1. Последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получится частное, меньше делителя.
2. Полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления.
3. Составить число в новой системе счисления, записывая его, начиная с последнего остатка.

Алгоритм перевода правильных дробей из десятичной системы счисления в любую другую

1. Последовательно умножаем данное число и получаемые дробные части произведения на основание новой системы счисления до тех пор, пока дробная часть произведения не станет равна нулю или будет достигнута требуемая точность представления числа.
2. Полученные целые части произведений, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления.
3. Составить дробную часть числа в новой системе счисления, начиная с целой части первого произведения.

Алгоритм перевода произвольных чисел из десятичной системы счисления в любую другую

Перевод произвольных чисел, т.е. содержащих целую и дробную часть, осуществляется в два этапа:

1. Отдельно переводится целая часть.
2. Отдельно переводится дробная.
3. В итоговой записи полученного числа целая часть отделяется от дробной запятой.

Перевод чисел из двоичной системы счисления в систему счисления с основанием $q=2^n$

Для облегчения решения задач заполним следующую таблицу:

Десятичная	**Двоичная**	**Восьмеричная**	**Шестнадцатеричная**
0	0	0	0

1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Если основание q-ричной системы счисления является степенью числа 2, то перевод чисел из q-ричной систему счисления в 2-ичную и обратно можно проводить по более простым правилам.

1. Двоичное число разбить справа налево на группы по n в каждой.
2. Если в левой последней группе окажется меньше n разрядов, то её надо дополнить слева нулями до нужного числа разрядов.
3. Рассмотреть каждую группу как n-разрядное двоичное число и записать её соответствующей цифрой в системе счисления с основанием $q=2^n$

Решение задач

1. Переведём в 10-ую с.с. число: $0,123_5$

Решение: Действуем строго по алгоритму перевода чисел из любой системы счисления в десятичную:

Запишем число в развёрнутой форме: $0,123_5 = 1*5^{-1} + 2*5^{-2} + 3*5^{-3}$

Найдём сумму ряда: $0,2 + 0,08 + 0,024 = 0,304_{10}$

Ответ: $0,123_5 = 0,304_{10}$

2. Переведём число 126_{10} в 8-ую с.с. и число 180_{10} в 16-ую с.с.

Решение: Действуем строго по алгоритму перевода целых чисел из 10-ой с.с. в любую другую:

126	8	
6	15	8
	7	1

Записываем полученные числа в обратном порядке и получаем:

Ответ: $126_{10} = 176_8$

180	16
4	11 (в)

Ответ: $180_{10} = B4_{16}$

3. Переведите числа из 10-ой с.с. числа: $0{,}65625_{10}$– $(?)_{16}$ и $0{,}9_{10}$ – $(?)_2$

Решение: Действуем строго по алгоритму перевода правильных дробей из десятичной с.с. в любую другую:

0,	65625 *16
10 (A)	50000 *16
8	00000

0,	9 *2
1	8 *2
1	6 *2
1	2 *2
0	4 *2
0	8 *2
1	6

Во втором примере процесс можно продолжать бесконечно. В этом случае деление продолжаем до тех пор, пока не получим нужную точность представления. Записываем числа сверху вниз.

Ответ: $0{,}65625_{10} = 0{,}A8_{16}$; $0{,}9_{10} = 1{,}111001_2$ с точностью до семи значащих цифр после запятой.

4. Переведём число $124{,}26_{10}$ в шестнадцатеричную с.с.

Решение: Действуем строго по алгоритму перевода произвольных чисел:

Переводим целую и дробную часть:

124	16
12 (C)	7

0,	26 *16
4	16 *16
2	56 *16
8	96 *16
15 (F)	36

Записываем полученные числа справа налево (в целой части) и сверху вниз (в дробной части).

Ответ: $124{,}26_{10}$ = $7C{,}428A_{16}$

5. Переведём число: 110010100110101011_2 в шестнадцатеричную систему счисления

Решение: Действуем строго по алгоритму перевода чисел из 2-ой с.с в с.с. с основанием 2^n:

Разбиваем число на группы по четыре цифры – тетрады (т.к. q=16, $16 = 2^n$, n = 4) слева направо и, пользуясь таблицей, записываем соответствующее шестнадцатеричное число (слева дополняем 0-ми недостающие разряды)

0110	0101	0011	0101	0111
6	5	3	5	7

Ответ: 110010100110101011_2 = 65357_{16}

<u>Другими словами:</u>

Из десятичной системы счисления − в двоичную и шестнадцатеричную:
1)исходное целое число делится на основание системы счисления, в которую переводится (2 или 16); получается частное и остаток;
2)если полученное частное не делится на основание системы счисления так, чтобы образовалась целая часть, отличная от нуля, процесс умножения

прекращается, переходят к шагу 3). Иначе над частным выполняют действия, описанные в шаге 1);
3)все полученные остатки и последнее частное преобразуются в соответствии с таблицей в цифры той системы счисления, в которую выполняется перевод;
4)формируется результирующее число: его старший разряд − полученное последнее частное, каждый последующий младший разряд образуется из полученных остатков от деления, начиная с последнего и кончая первым. Таким образом, младший разряд полученного числа − первый остаток от деления, а старший − последнее частное.

Из двоичной и шестнадцатеричной систем счисления − в десятичную.

В этом случае рассчитывается полное значение числа по формуле.

Пример. Выполнить перевод числа 13_{16} в десятичную систему счисления. Имеем:
$13_{16} = 1*16^1 + 3*16^0 = 16 + 3 = 19$. Таким образом, $13_{16} = 19$.

Пример. Выполнить перевод числа 10011_2 в десятичную систему счисления. Имеем:
$10011_2 = 1*2^4 + 0*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = 16+0+0+2+1 = 19$. Таким образом, $10011_2 = 19$.

Из двоичной системы счисления в шестнадцатеричную:

исходное число разбивается на тетрады (т.е. 4 цифры), начиная с младших разрядов. Если количество цифр исходного двоичного числа не кратно 4, оно дополняется слева незначащими нулями до достижения кратности 4;
Каждая тетрада заменятся соответствующей шестнадцатеричной цифрой в соответствии с таблицей.
Пример. Выполнить перевод числа 10011_2 в шестнадцатеричную систему счисления.
Поскольку в исходном двоичном числе количество цифр не кратно 4, дополняем его слева незначащими нулями до достижения кратности 4 числа цифр.
В соответствии с таблицей $0011_2 = 11_2 = 3_{16}$ и $0001_2 = 1_2 = 1_{16}$. Тогда $10011_2 = 13_{16}$.

Из шестнадцатеричной системы счисления в двоичную:

каждая цифра исходного числа заменяется тетрадой двоичных цифр в соответствии с таблицей. Если в таблице двоичное число имеет менее 4 цифр, оно дополняется слева незначащими нулями до тетрады; незначащие нули в результирующем числе отбрасываются.

Перевод действительного числа в недесятичную систему счисления.

Перевод десятичных чисел в другие системы счисления.

Перевод целых чисел.

1) Основание новой системы счисления выразить в десятичной системе счисления и все последующие действия производить в десятичной системе счисления;
2) последовательно выполнять деление данного числа и получаемых неполных частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получим неполное частное, меньшее делителя;
3) полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления;
4) составить число в новой системе счисления, записывая его, начиная с последнего частного.

Перевод дробных чисел

1) Основание новой системы счисления выразить в десятичной системе и все последующие действия производить в десятичной системе счисления;
2) последовательно умножать данное число и получаемые дробные части произведений на основание новой системы до тех пор, пока дробная часть произведения не станет равной нулю или не будет достигнута требуемая точность представления числа в новой системе счисления;
3) полученные целые части произведений, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления;
4) составить дробную часть числа в новой системе счисления, начиная с целой части первого произведения.

Третий вопрос: <u>Выполнение арифметических операций в различных системах счисления.</u>

Арифметические операции во всех позиционных системах счисления выполняются по одним и тем же хорошо известным правилам.
Сложение. В его основе лежит таблица сложения одноразрядных двоичных чисел:
0 + 0 = 0
0 + 1 = 1
1 + 0 = 1
1 + 1 = 10 Важно обратить внимание на то, что при сложении двух единиц происходит переполнение разряда и производится перенос в старший разряд.

Переполнение разряда наступает тогда, когда величина числа в нем становится равной или большей основания

Вычитание. В его основе лежит таблица вычитания одноразрядных двоичных чисел. При вычитании из меньшего числа(0) большего(1) производится заем из старшего разряда. В таблице заем обозначен 1 с чертой: 0 – 0 = 0

0 – 1 =11

1 – 0 = 1

1 – 1 = 0

Умножение.

В основе умножения лежит таблица умножения одноразрядных двоичных чисел и происходит по схеме, применяемой в десятичной системе счисления с последовательным умножением множимого на цифры множителя.

0 * 0 = 0

0 * 1 = 0

1 * 0 = 0

1 * 1 = 1

Деление. Операция деления выполняется по алгоритму, подобному алгоритму выполнения операции деления в десятичной системе счисления.

Арифметические операции в восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления.

Операции выполняются аналогично вычислениям в двоичной системе счисления. Необходимо только помнить, что величина переноса в следующий разряд при сложении и заем из старшего разряда при вычитании определяется величиной основания системы счисления. Для проведения арифметических операций над числами, выраженными в различных системах счисления, необходимо предварительно перевести их в одну и ту же систему.

Заключительная часть.

1. Закончить изложение материала.
2. Выдать задание на практическую работу.
3. Ответить на возникшие вопросы.
4. Принять защиту выполненных ранее практических работ.
5. Подвести итоги занятия.
6. Выдать задание на самоподготовку (домашнее задание).

Четвёртый вопрос: Применение на практике изученного материала (выполнение практических заданий – выполнение преобразований чисел из одной системы счисления в другую, выполнение арифметических операций в различных системах счисления).

Выполнение практического задания.

Цель работы: научиться выполнять преобразование чисел из одной системы счисления в другую, выполнять арифметические операции в различных системах счисления.

Задание: (исходные данные): решить задания 4 любых подпунктов из части 1, части 2 (по 2 из каждой части), привести решения, указанные задания различны у разных подгрупп учебной группы. Подготовить, защитить отчёт о выполнении работы.

Часть 1. Выполнение преобразований чисел из одной системы счисления в другую

1. Переведите числа из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления.

а) 948;
б) 763;
в) 994,125;
г) 523,25;
д) 203,82.

2. Переведите числа в десятичную систему счисления.

а) 111000111_2;
б) 100011011_2;
в) $1001100101,1001_2$;
г) $1001001,011_2$;
д) $335,7_8$;
е) $14C,A_{16}$.

3.Переведите числа из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления.

а) 563;
б) 264;
в) 234,25;
г) 53,125;
д) 286,16.

4. Переведите числа в десятичную систему счисления.

а) 1100010010_2;
б) 10011011_2;
в) $1111000001,01_2$;
г) $10110111,01_2$;
д) $416,1_8$;
е) $215,7_{16}$.

5. Переведите числа из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления.

а) 279;
б) 281;
в) 841,375;
г) 800,3125;
д) 208,92.

6. Переведите числа в десятичную систему счисления.

а) 1100111001_2;
б) 10011101_2;
в) $1111011,001_2$;
г) $110000101,01_2$;
д) $1601,56_8$;
е) $16E,B4_{16}$.

7. Переведите числа из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления.

а) 737;
б) 92;
в) 934,25;
г) 413,5625;
д) 100,94.

8. Переведите числа в десятичную систему счисления.

а) 1110000010_2;
б) 1000100_2;
в) $110000100,001_2$;
г) $1001011111,00011_2$;
д) $665,42_8$;
е) $246,18_{16}$.

Часть 2. Выполнение арифметических операций в различных системах счисления

1. Выполните сложение чисел.

а) $1110101010_2+10111001_2$;
б) $10111010_2+10010100_2$;
в) $111101110,1011_2+1111011110,1_2$;
г) $1153,2_8+1147,32_8$;
д) $40F,4_{16}+160,4_{16}$.

2. Выполните вычитание чисел.

а) 1000000100_2-101010001_2;
б) 1010111101_2-111000010_2;
в) $1101000000{,}01_2$-$1001011010{,}011_2$;
г) $2023{,}5_8$-$527{,}4_8$;
д) $25E{,}6_{16}$-$1B1{,}5_{16}$.

3. Выполните умножение чисел.

а) 1001011_2*1010110_2;
б) $1650{,}2_8$*$120{,}2_8$;
в) $19{,}4_{16}$*$2F{,}8_{16}$.

4. Выполните сложение чисел.

а) 10111111_2+110010000_2;
б) 110010100_2+1011100001_2;
в) $1000000101{,}0101_2$+$1010000110{,}01_2$;
г) $1512{,}4_8$+$1015{,}2_8$;
д) $274{,}5_{16}$+$DD{,}4_{16}$.

4. Выполните вычитание чисел.

а) 1000001001_2-111110100_2;
б) 1111000101_2-1100110101_2;
в) $1100110101{,}1_2$-$1011100011{,}01_2$;
г) $1501{,}34_8$-$1374{,}5_8$;
д) $12D{,}3_{16}$-$39{,}6_{16}$.

5. Выполните умножение чисел.

а) 111101_2*1010111_2;
б) $1252{,}14_8$*$76{,}04_8$;
в) $66{,}68_{16}$*$1E{,}3_{16}$.

6. Выполните сложение чисел.

а) 1000100001_2+1011100110_2;
б) 1101110011_2+111000101_2;
в) $1011011{,}01_2$+$1000101110{,}1001_2$;
г) $665{,}1_8$+$1217{,}2_8$;
д) $30C{,}7_{16}$+$2A1{,}8_{16}$.

7. Выполните вычитание чисел.

а) 11110010_2-10101001_2;
б) 1110100001_2-1011001001_2;
в) $1101001010{,}1_2$-$1011101001{,}11011_2$;
г) $166{,}14_8$-$143{,}2_8$;
д) $287{,}A_{16}$-$62{,}8_{16}$.

8. Выполните умножение чисел.

а) $1001001_2*100010_2$;
б) $324,2_8*122,12_8$;
в) $F,4_{16}*38,6_{16}$.

9. Выполните сложение чисел.

а) $11110100_2+110100001_2$;
б) $1101110_2+101001000_2$;
в) $1100110011,1_2+111000011,101_2$;
г) $1455,04_8+203,3_8$;
д) $14E,8_{16}+184,3_{16}$.

10. Выполните вычитание чисел.

а) $1000010101_2-100101000_2$;
б) $1001011011_2-101001110_2$;
в) $111111011,101_2-100000010,01_2$;
г) $341,2_8-275,2_8$;
д) $249,5_{16}-EE,A_{16}$.

11. Выполните умножение чисел.

а) $1001000_2*1010011_2$;
б) $412,5_8*13,1_8$;
в) $3B,A_{16}*10,4_{16}$.

Задание на самоподготовку (домашнее задание):

1. Детально проработать, законспектировать материал занятия, размещенный в данном план-конспекте, в учебнике, указанном на с.2 текущего документа (части 1).
2. Подготовить отчёты о выполнении практической работы, подготовиться к защите данной работы.
3. Подготовиться к опросу по пройденному материалу.