

Основные вопросы:

1. Двумерные массивы. Матрицы.
2. Операции над строками и столбцами в двумерном массиве.
3. Составление программы для вычислений в двумерном массиве (теоретическая часть).

Первый вопрос: Двумерные массивы. Матрицы.

Двумерный массив можно представить себе в виде таблицы, в которой все строки и столбцы пронумерованы.

Каждый элемент такого массива имеет два индекса:

Первый индекс – это **номер строки**;

Второй индекс – **номер столбца**.

| | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| A[1,1] | A[1,2] | A[1,3] | A[1,4] | A[1,5] |
| A[2,1] | A[2,2] | A[2,3] | A[2,4] | A[2,5] |
| A[3,1] | A[3,2] | A[3,3] | A[3,4] | A[3,5] |
| A[4,1] | A[4,2] | A[4,3] | A[4,4] | A[4,5] |

Двумерные массивы (матрицы) на языке PASCAL

Двумерный массив в Паскале трактуется как одномерный массив, тип элементов которого также является массивом (массив массивов). Положение элементов в двумерных массивах Паскаля описывается двумя индексами. Их можно представить в виде прямоугольной таблицы или матрицы.

Рассмотрим двумерный массив Паскаля размерностью 3*3, то есть в ней будет три строки, а в каждой строке по три элемента:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Каждый элемент имеет свой номер, как у одномерных массивов, но сейчас номер уже состоит из двух чисел – номера строки, в которой находится элемент, и номера столбца. Таким образом, номер элемента определяется пересечением строки и столбца. Например, a₂₁ – это элемент, стоящий во второй строке и в первом столбце.

 MyShared

Двумерные массивы

Var a : Array [1..3, 1..3] of Real;

или

Type Mtr = Array [1..3, 1..3] of Real;

...

Var U, W, Q : Mtr;

Квадратная матрица
a [3x3]

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Расположение элементов двумерного массива в памяти:

Первая строка

Вторая строка

Третья строка

| | | | | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| a ₁₁ | a ₁₂ | a ₁₃ | a ₂₁ | a ₂₂ | a ₂₃ | a ₃₁ | a ₃₂ | a ₃₃ |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|

Объявление массивов

Массивы других типов:

```
var X, Y: array [1..10] of real;
    C: array [1..20] of char;
```

Другой диапазон индексов:

```
var Q: array [0..9] of real;
    C: array [-5..13] of char;
```

Индексы других типов:

```
var A: array ['A'..'Z'] of real;
    B: array [False..True] of integer;
    ...
    A['C'] := 3.14259*A['B'];
    B[False] := B[False] + 1;
```

Создание двумерных массивов

Двумерные массивы создаются путем ввода данных с клавиатуры, с помощью случайных чисел и вычислений по формулам.

Для формирования массива используется два вложенных цикла. *Первый* цикл перебирает строки, а *второй* – столбцы.

```
For i:=1 to n do
  for j:=1 to m do
    readln (a[i , j]);
```

```
For i:=1 to n do
  for j:=1 to m do
    a[i , j]:=random(100);
```

```
For i:=1 to n do
  for j:=1 to m do
    a[i , j]:=i*j;
```

Ввод двумерного массива Паскаля.

Пример программы ввода двумерного массива Паскаля с клавиатуры

```

type
  matrix= array [1..5, 1..10] of integer;
var
  a, : matrix;
  i, j: integer; { индексы массива }
begin
  for i :=1 to 5 do {цикл для перебора всех строк}
    for j :=1 to 10 do {перебор всех элементов строки по столбцам}
      readln ( a [ i , j ] ); {ввод с клавиатуры элемента, стоящего в i -й
строке и j -м столбце}

```

Ввод и вывод двумерного массива

```

program zadaha2;
var T: array [1..3,1..4] of integer;
var i,j:integer;
begin
for i:=1 to 3 do
for j:=1 to 4 do read (T[i,j]);
writeln ('Массив случайных чисел:');
for i:=1 to 3 do
begin
for j:=1 to 4 do write (T[i,j]:4);
writeln;
end;
end.

```

Ввод и вывод двумерного массива случайными числами

```

program zadaha2;
var T: array [1..3,1..4] of integer;
var i,j:integer;
begin
  randomize;
  writeln ('Массив случайных чисел:');
  for i:=1 to 3 do
    begin
      for j:=1 to 4 do begin
        T[i,j]:=random (60);
        write (t[i,j]:4);
      end;
    end;
  writeln;
end;
end.

```

Результат:

| Массив случайных чисел: | | | |
|-------------------------|----|----|----|
| 55 | 7 | 35 | 9 |
| 15 | 58 | 47 | 13 |
| 15 | 30 | 53 | 52 |

Вывод двумерного массива Паскаля на экран

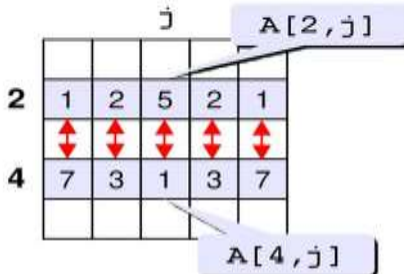
Пример программы вывода двумерного массива Паскаля

| | |
|--------------------------------|---|
| for i :=1 to 5 do | {цикл для перебора всех строк} |
| begin | |
| for j :=1 to 10 do | {перебор всех элементов строки по столбцам} |
| write (a [i , j]:4); | {печать элементов, стоящих в i -й строке матрицы в одной экранной строке, при этом для вывода каждого элемента отводится 4 позиции} |
| writeln ; | {прежде, чем сменить номер строки в матрице, нужно перевести курсор на начало новой экранной строки} |
| End. | |

Второй вопрос: Операции над строками и столбцами в двумерном массиве.

Операции с матрицами

Задача 4. Перестановка строк или столбцов. В матрице из N строк и M столбцов переставить 2-ую и 4-ую строки.



```
for j:=1 to M do begin
  c := A[2,j];
  A[2,j] := A[4,j];
  A[4,j] := c;
end;
```

Задача 5. К третьему столбцу добавить шестой.

```
for i:=1 to N do
  A[i,3] := A[i,3] + A[i,6];
```

Обработка двумерного массива

Вычисления сумм элементов каждой строки

```
Type ta2 = array [1..20, 1..20] of integer;
   ta1 = array [1..20] of integer;
Var   x: ta2;
      s: ta1;
      m, n, i, j: integer;

...
For i := 1 to m do
begin
  s[i] := 0;
  For j := 1 to n do s[i] := s[i] + x[i, j];
end;
...
```

Вычисления сумм элементов каждого столбца

```
Type ta2 = array [1..20, 1..20] of integer;
   ta1 = array [1..20] of integer;
Var   x: ta2;
      s: ta1;
      m, n, i, j: integer;

...
For j := 1 to n do
begin
  s[j] := 0;
  For i := 1 to m do s[j] := s[j] + x[i, j];
end;
...
```

Третий вопрос: Составление программы для вычислений в двумерном массиве (теоретическая часть).

Типовые задачи обработки двумерных массивов

- Поиск элементов с заданными свойствами
- Поиск максимумов и минимумов
- Подсчёт элементов, удовлетворяющих условию
- Проверка массива на упорядоченность
- Перестановка элементов в обратном порядке
- Сортировка массива.
- Транспонирование матрицы

Поиск максимумов и минимумов

Поиск минимального элемента в двумерном массиве:

```

var a:array [1..100,1..100] of integer;
i, j, k, n, min: integer;
Begin
  read(n);
  min:=50;
  for i:=1 to n do begin
    for j:=1 to n do
      begin
        a[i, j]:=random(50);
        write(a[i, j]:4);
        if a[i, j]<min then min:=a[i, j]
      end;
    writeln;
  end;
  write(min);
end.

```

**Дан двумерный массив, элементами которого являются целые числа.
Найти значение максимального элемента массива.**

```

Program massiv;
Var A:array [1..10,1..10] of integer;
i, j, max, n, m: integer;
BEGIN
  Writeln ('введите размерность массива');
  Readln (n,m);
  {Ввод массива}
  max:=A[1,1];
  For i:=1 to 5 do
    For j:=1 to 5 do
      If A[i,j]>max then max:=A[i,j];
  Writeln('max=', max);
END.

```

**Пусть размерность
массива**

5 x 5

Исходный массив

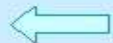
```

51 22 34 58 91
13 90 19 34 24
14 15 25 34 85
56 3 45 35 16
64 27 85 18 34

```

Результат

max=91



PascalABC.NET

Файл Правка Вид Программа Сервис Модули Помощь

•Program54.pas*

Глобальные имена

```

1 var
2   arr: array [1..5, 1..8] of integer;
3
4 begin
5   Writeln('Исходные данные: ');
6   for var i := 1 to 5 do
7     begin
8       for var j := 1 to 8 do
9         begin
10          arr[i, j] := Random(40);
11          Write(arr[i, j]:4);
12        end;
13      Writeln;
14    end;
15    var n := ReadLnInteger('Введите номер курса (1 <= N <= 5):');
16    Writeln('Кол-во студентов на ' + n + ' курсе: ' + arr[n].sum);
17  end.

```

Окно вывода

```

Исходные данные:
31 12  9 28 12 36  2 33
36 25 12  4 38  7 32  2
37 16 19 39 20 20 30 35
34  3 34 31 22 29  8 13
18 13 25  6 37 36 38  1
Введите номер курса (1 <= N <= 5): 3
Кол-во студентов на 3 курсе: 216

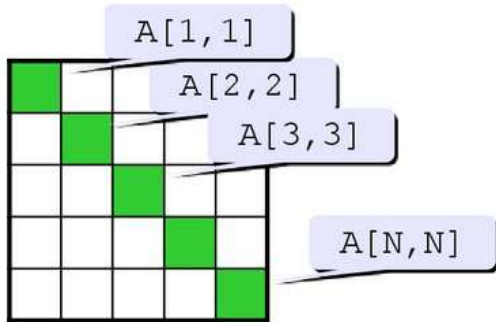
```

Окно вывода | Список ошибок | Сообщения компилятора

Компиляция прошла успешно (17 строк) Строка 1 Столбец 1

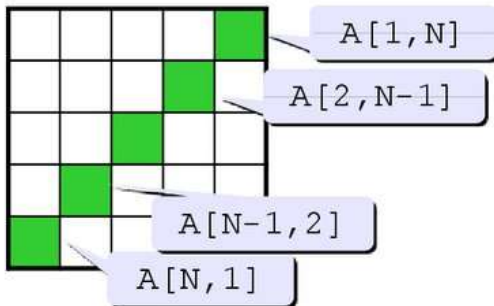
Операции с матрицами

Задача 1. Вывести на экран главную диагональ квадратной матрицы из N строк и N столбцов.



```
for i:=1 to N do
  write ( A[i,i]:5 );
```

Задача 2. Вывести на экран побочную диагональ.



сумма номеров строки и столбца $N+1$

```
for i:=1 to N do
  write ( A[i, N+1-i]:5 );
```

Операции с двумерными массивами.

Повороты матрицы.

```
{Поворот матрицы на 90 градусов}
for i:=1 to n do begin
  for j:=1 to m do begin
    x[i,j]:=a[m-j+1,i];
    writeln (x[i,j]);
  end;
  writeln;
end;
```

```
350 REM "Поворот на 90 градусов по часовой стрелке"
360 FOR i = 1 TO n%
370 FOR j = 1 TO m%
380 y(i, j) = ar(m% - j + 1, i)
390 PRINT y(i, j);
400 NEXT j
410 PRINT
420 NEXT i
```

```
{Поворот матрицы на 180 градусов}
for i:=1 to m do begin
  for j:=1 to n do begin
    y[i,j]:=a[m-i+1,n-j+1];
    writeln (y[i,j]);
  end;
  writeln;
end;
```

```
220 REM "Поворот на 180 градусов"
230 FOR i = 1 TO m%
240 FOR j = 1 TO n%
250 x(i, j) = ar(m% - i + 1, n% - j + 1)
260 PRINT x(i, j);
270 NEXT j
280 PRINT
285 NEXT i
```

```
{Поворот матрицы на 270 градусов}
for i:=1 to n do begin
  for j:=1 to m do begin
    z[i,j]:=a[j,n-i+1];
    writeln (z[i,j]);
  end;
  writeln;
end;
```

```
420 REM "Поворот на 90 градусов против часовой стрелке"
430 FOR i = 1 TO n%
440 FOR j = 1 TO m%
450 z(i, j) = ar(j, n% - i + 1)
460 PRINT z(i, j);
470 NEXT j
480 PRINT
490 NEXT i
```

Двумерные массивы

матрица 5x4

```
Var a:array[1..5, 1..4]
  of integer;
```

i – строка j – столбец

```
For i:=1 to 5 do
```

```
  For j:=1 to 4 do
```

```
    a[i,j]:=(i-1)*4+j;
```

| i \ j | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-------|----|----|----|----|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 2 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 4 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 5 | 17 | 18 | 19 | 20 |

| | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|
| 5 | 67 | 8 | 23 | 63 | 89 |
| 89 | 76 | 5 | 67 | 93 | 2 |
| 38 | 91 | 40 | 55 | 78 | 2 |
| 11 | 18 | 88 | 9 | 58 | 7 |
| 55 | 68 | 91 | 34 | 67 | 20 |
| 59 | 81 | 61 | 22 | 39 | 96 |
| 43 | 45 | 94 | 74 | 53 | 47 |

Для перестановки двух элементов в массиве необходимо воспользоваться вспомогательной переменной:

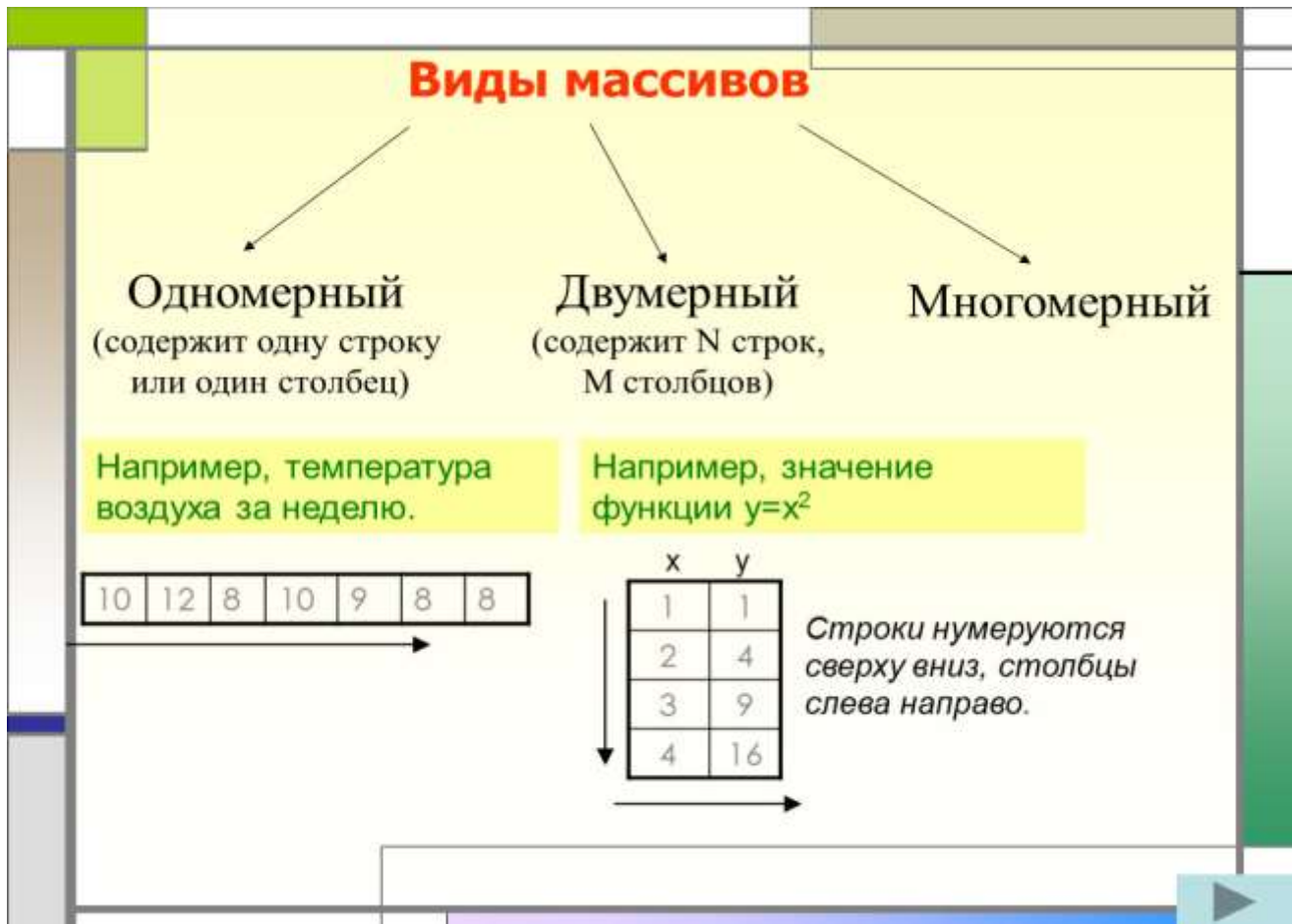
```
c:=A[2,5]
A[2,5]:=A[5,2];
A[5,2]:=c;
```

Особое значение при работе с квадратными массивами занимает задача «транспонирования», т.е. переворачивания массива относительно главной диагонали. Для выполнения этой задачи нужно поменять местами элементы

$A[i,j]$ и $A[j,i]$

| | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|
| 5 | 89 | 38 | 11 | 55 | 59 | 43 |
| 67 | 76 | 91 | 18 | 68 | 81 | 45 |
| 8 | 5 | 40 | 88 | 91 | 35 | 94 |
| 43 | 67 | 55 | 9 | 34 | 61 | 74 |
| 23 | 93 | 78 | 58 | 67 | 22 | 53 |
| 63 | 2 | 92 | 39 | 20 | 39 | 47 |
| 89 | 34 | 12 | 7 | 87 | 96 | 23 |

Для переворачивания всего массива используется двойной цикл.



```
{Имя} : Array [ {нач_зн} .. {кон_зн} ,
                {нач_зн} .. {кон_зн} ,
                {и т.д.}
              ] of {тип} ;
```

Список
интервалов для
каждой
размерности
массива.

Пример объявления двумерного массива (матрицы, таблицы) на 4 строки и 6 столбцов:

```
Var A : Array [1..4,1..6] of Integer;
```

Пример заполнения массива:

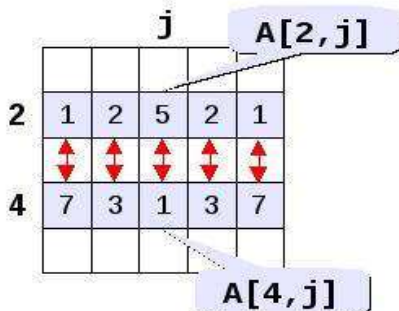
```
For i:=1 to 4 do
  For j:=1 to 6 do
    A[i,j] := i+j;
```

$$A_{i,j} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{bmatrix}$$

Операции с матрицами

10

Задача 4. Перестановка строк или столбцов. В матрице из N строк и M столбцов переставить 2-ую и 4-ую строки.



```
for j:=1 to M do begin
  c := A[2,j];
  A[2,j] := A[4,j];
  A[4,j] := c;
end;
```

Задача 5. К третьему столбцу добавить шестой.

```
for i:=1 to N do
  A[i,3] := A[i,3] + A[i,6];
```

Удаление строки матрицы

Алгоритм удаления строки является сходным с алгоритмом удаление элементов одномерного массива, за тем исключением, что операция переноса элементов выполняется для каждого столбца при переборе строк. Рассмотрим программу удаления из матрицы A заданной с клавиатуры строки T .

```
Const
  n=10;
  m=5;
Var
  i, j, t, n : integer;
  a : array [1..n,1..m] of integer;
Begin
  randomize;
  writeln ('Сформирована матрица
    A');
  for i:=1 to n do
```

```
begin
  for j:=1 to m do
    begin
      a[i,j]:=random(101)-50;
      write (a[i,j]:6);
    end;
  writeln;
end;
writeln ('Введите номер строки для
  удаления');
readln (t);
```