

Математические модели.

Математические модели – специальный инструмент, который позволяет оценить недоступные прямым измерениям свойства регуляторных систем и процессов. Математическая модель представляет собой систему математических соотношений – формул, функций, уравнений, описывающих те или иные стороны изучаемого объекта, явления, процесса. Модель – не только отражение наших знаний об исследуемом объекте, но и источник новых сведений, полученных с помощью модели.

Классификация математических моделей.

В основу классификации математических моделей можно положить различные принципы. Можно классифицировать модели по отраслям наук (математические модели в физике, биологии, социологии и т.д.). Можно классифицировать по применяемому математическому аппарату (модели, основанные на применении обыкновенных дифференциальных уравнений, дифференциальных уравнений в частных производных, стохастических методов, дискретных алгебраических преобразований и т.д.). Наконец, если исходить из общих задач моделирования в разных науках безотносительно к математическому аппарату, наиболее естественна такая классификация:

- дескриптивные (описательные) модели;
- оптимизационные модели;
- многокритериальные модели;
- игровые модели.

Дескриптивные (описательные) модели. Например, моделирование движения кометы, вторгшейся в Солнечную систему, производится с целью предсказания траектории ее полета, расстояния, на котором она пройдет от Земли, и т.д. В этом случае цели моделирования носят описательный характер, поскольку нет никаких возможностей повлиять на движение кометы, что-то в нем изменить.

Оптимизационные модели используются для описания процессов, на которые можно воздействовать, пытаясь добиться достижения заданной цели. В этом случае в модель входит один или несколько параметров, доступных влиянию. Например, меняя тепловой режим в зернохранилище, можно задаться целью подобрать такой режим, чтобы достичь максимальной сохранности зерна, т.е. оптимизировать процесс хранения.

Многокритериальные модели. Нередко приходится оптимизировать процесс по нескольким параметрам одновременно, причем цели могут быть весьма противоречивыми. Например, зная цены на продукты и потребность человека в пище, нужно организовать питание больших групп людей (в армии, детском

летнем лагере и др.) физиологически правильно и, одновременно с этим, как можно дешевле. Ясно, что эти цели совсем не совпадают, т.е. при моделировании будет использоваться несколько критериев, между которыми нужно искать баланс.

Игровые модели могут иметь отношение не только к компьютерным играм, но и к весьма серьезным вещам. Например, полководец перед сражением при наличии неполной информации о противостоящей армии должен разработать план: в каком порядке вводить в бой те или иные части и т.д., учитывая и возможную реакцию противника. Есть специальный раздел современной математики – теория игр, – изучающий методы принятия решений в условиях неполной информации.

Основными требованиями, предъявляемыми к математическим моделям, являются требования адекватности, универсальности и экономичности.

Адекватность. Модель считается адекватной, если отражает заданные свойства с приемлемой точностью. Точность определяется как степень совпадения значений выходных параметров модели и объекта.

Точность модели различна в разных условиях функционирования объекта. Эти условия характеризуются внешними параметрами. В пространстве внешних параметров выделить область адекватности модели, где погрешность меньше заданной предельно допустимой погрешности. Определение области адекватности моделей – сложная процедура, требующая больших вычислительных затрат, которые быстро растут с увеличением размерности пространства внешних параметров. Эта задача по объему может значительно превосходить задачу параметрической оптимизации самой модели, поэтому для вновь проектируемых объектов может не решаться.

Универсальность – определяется в основном числом и составом учитываемых в модели внешних и выходных параметров.

Экономичность модели характеризуется затратами вычислительных ресурсов для ее реализации – затратами машинного времени и памяти.

Противоречивость требований к модели обладать широкой областью адекватности, высокой степени универсальности и высокой экономичности обуславливает использование ряда моделей для объектов одного и того же типа.

Основные этапы математического моделирования.

1) Построение модели.

На этом этапе задается некоторый «нематематический» объект – явление природы, конструкция, экономический план, производственный процесс и т. д. При этом, как правило, четкое описание ситуации затруднено. Сначала выявляются основные особенности явления и связи между ними на

качественном уровне. Затем найденные качественные зависимости формулируются на языке математики, то есть строится математическая модель. Это самая трудная стадия моделирования.

2) Решение математической задачи, к которой приводит модель.

На этом этапе большое внимание уделяется разработке алгоритмов и численных методов решения задачи на ЭВМ, при помощи которых результат может быть найден с необходимой точностью и за допустимое время.

3) Интерпретация полученных следствий из математической модели.

Следствия, выведенные из модели на языке математики, интерпретируются на языке, принятом в данной области.

4) Проверка адекватности модели.

На этом этапе выясняется, согласуются ли результаты эксперимента с теоретическими следствиями из модели в пределах определенной точности.

5) Модификация модели.

На этом этапе происходит либо усложнение модели, чтобы она была более адекватной действительности, либо ее упрощение ради достижения практически приемлемого решения.

Также сведения о математических моделях представлены в Приложении № 3.