

Применение электронных таблиц для решения задач моделирования

Вопросы:

1. Модель. Моделирование. Этапы моделирования.
2. Статические модели. Их реализация в электронных таблицах.
3. Динамические модели. Их реализация в электронных таблицах.

1. Модель. Моделирование. Этапы моделирования

Модель – это объект, используемый с какой-то целью вместо другого объекта.

Моделирование – процесс создания и использования модели.

Этапы моделирования:

- 1) постановка задачи;
- 2) разработка плана создания модели;
- 3) создание модели;
- 4) анализ модели на соответствие объекту-оригиналу;
- 5) решение задачи с помощью модели.

2. Статические модели. Их реализация в электронных таблицах

Статические модели отображают объект в какой-то момент времени без учета происходящих с ним изменений как находящейся в состоянии покоя или равновесия.

В таких моделях отсутствует временной параметр.

Рассмотрим создание и исследование статической информационной модели на конкретном примере.

Задача о выборе положения железнодорожной станции

1. Постановка задачи

В районе расположения четырех населенных пунктов проходит прямолинейный участок железной дороги. По просьбе жителей в этом районе решено построить железнодорожную станцию и от нее прямолинейные автодороги к населенным пунктам. Найти положение станции, при котором общая длина всех новых автодорог будет минимальной.

2. Разработка плана создания модели

Объект исследования – положение железнодорожной станции. Исходные данные – положение населенных пунктов и железной дороги, которые можно получить, используя карту местности.

Положение станции зависит от положения населенных пунктов и расположения железной дороги. Прямолинейное расстояние между станцией и населенными пунктами может быть рассчитано по формуле нахождения расстояния между двумя точками.

3. Создание модели

а) построение математической модели

Нарисуем участок железной дороги, проходящей по району. Населенные пункты A , B , C и D и железнодорожную станцию X обозначим точками. Покажем отрезки дорог, соединяющих станцию с каждым населенным пунктом.

Введем декартову систему координат Oxy так, чтобы ось абсцисс проходила по участку железной дороги и начало координат совпадало с его левым концом. В этой системе координат каждый из населенных пунктов получит свои координаты. Будем считать, что необходимые вычисления проведены и пункты A , B , C и D имеют координаты $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$, $(x_3; y_3)$ и $(x_4; y_4)$ соответственно.

Введем дополнительные обозначения:

$(0; 0)$ – координаты крайней левой точки участка железной дороги, принадлежащего району;

$(p; 0)$ – координаты крайней правой точки участка железной дороги, принадлежащего району;

$(x_0; 0)$ – координаты железнодорожной станции.

Запишем формулы для расчета расстояний от населенных пунктов до железнодорожной станции:

$$|XA| = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + y_1^2} \quad (1)$$

$$|XB| = \sqrt{(x_2 - x_0)^2 + y_2^2} \quad (2)$$

$$|XC| = \sqrt{(x_3 - x_0)^2 + y_3^2} \quad (3)$$

$$|XD| = \sqrt{(x_4 - x_0)^2 + y_4^2} \quad (4)$$

Обозначим через S сумму длин дорог, соединяющих железнодорожную станцию с населенными пунктами, т.е.

$$S = |XA| + |XB| + |XC| + |XD| \quad (5)$$

Учитывая формулы (1) – (5), можем записать:

$$S = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + y_1^2} + \sqrt{(x_2 - x_0)^2 + y_2^2} + \sqrt{(x_3 - x_0)^2 + y_3^2} + \sqrt{(x_4 - x_0)^2 + y_4^2} \quad (6)$$

Чтобы определить, где построить станцию, надо узнать, при каком значении x_0 из отрезка $[0; p]$ функция S принимает наименьшие значения.

Таким образом, математическая модель (6) для задачи о выборе положения железнодорожной станции построена.

б) компьютерная реализация модели

Полный перебор значений x_0 из интервала поиска $[0; p]$ практически невозможен – таких чисел бесконечно много. Поэтому мы найдем приближенные значения x_0 . Для этого разобьем отрезок $[0; p]$ на равные части, длину каждой из них обозначим через h . В таком случае h называют шагом разбиения. Затем найдем значения функции S при гравном $0; h; 2h; \dots$, пока $x_0 \leq p$. Выберем из этих значений наименьшее и определим, при каком значении x_0 оно достигается. Очевидно, что такое значение x_0 будет

отличаться от искомого результата не больше чем на h . Поэтому возьмем его в качестве результата.

Очевидно, что интервал поиска можно уменьшить, сделав справедливое предположение о том, что абсцисса станции лежит между абсциссами крайнего левого и крайнего правого населенных пунктов. В дальнейшем будем рассматривать отрезок $[\min(x_1, x_2, x_3, x_4), \max(x_1, x_2, x_3, x_4)]$.

Воспользуемся общей схемой реализации модели в электронных таблицах.

	A	B	C	D	E	G
1	МОДЕЛЬ ВЫБОРА ПОЛОЖЕНИЯ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ СТАНЦИИ					
2	Исходные данные					
3	Пункты	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	
4	Координата X	2	6	1	7	
5	Координата Y	5	3	-1,5	-1	
6	Шаг разбиения	<i>h</i>	0,5			
7	=МИН(B4:E4)	- левая граница интервала поиска				
8	=МАКС(B4:E4)	- правая граница интервала поиска				
9	Расчетная таблица					
10	<i>X</i>	<i>X_A</i>	<i>X_B</i>	<i>X_C</i>	<i>X_D</i>	<i>S</i>
11	=A7	=Корень (((B\$4- A11)^2+ B\$5^2)	=Корень (((C\$4- A11)^2+ C\$5^2)	=Корень (((D\$4- A11)^2+ D\$5^2)	=Корень (((E\$4- A11)^2+ E\$5^2)	=СУММ (B11:E11)
12	=A11+C\$6					

4. Анализ компьютерной модели на соответствие объекту-оригиналу

Соответствие этой модели объекту-оригиналу не вызывает сомнения: для нахождения расстояния между двумя точками использована известная формула из курса геометрии и соответствующая реализация формул в электронных таблицах.

5. Решение задачи с помощью модели

Необходимо определить минимальное значение в ячейках столбца *G* расчетной таблицы.

Интерпретация результата: железнодорожную станцию необходимо построить на расстоянии x_0 км от крайней левой точки железнодорожного участка, проходящего по району.

Примечание. Положение железнодорожной станции можно определить с любой степенью точности. Для этого достаточно уменьшить (увеличить) шаг разбиения участка (интервала поиска) железной дороги и выполнить аналогичные действия по поиску решения.

3. Динамические модели. Их реализация в электронных таблицах

Динамические модели отображают поведение объекта во времени. Они могут быть как материальные, так и информационные.

К динамическим материальным моделям относятся радиоуправляемые модели автомобиля, самолета и др., заводные игрушки и т.д.

Примеры динамических информационных моделей:

- описание движения тел (моделирование в физике);
- исследование финансовых процессов (моделирование в экономике);
- описание развития организмов или популяций животных (моделирование в биологии);
- исследование процессов прохождения химических реакций (моделирование в химии).

Рассмотрим создание и исследование динамической информационной модели на конкретном примере.

Моделирование полета тела, брошенного под углом к горизонту

1. Постановка задачи

Под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 брошен мячик.

Вопросы:

- 1) как долго будет находиться мячик в пути;
- 2) как далеко от места бросания упадет мячик;
- 3) чему равна максимальная высота подъема мячика при заданных начальных условиях;
- 4) через какой промежуток времени с момента бросания достигается максимальная высота?

В качестве начальных условий принять $v_0 = 25$ м/с, $\alpha = 30^\circ$.

2. Разработка плана создания модели

Объектом исследования является положение в пространстве летящего мячика в разные моменты времени. Исходными данными являются: начальная скорость v_0 , угол бросания α . Для ответа на поставленные в задаче вопросы необходимо вначале построить математическую модель, выражающую зависимость положения (координат) тела от исходных данных и времени.

3. Создание модели

а) построение математической модели

Для решения задачи необходимо сделать некоторые допущения:

- 1) считать мячик материальной точкой, поскольку он мал по сравнению с Землей;
- 2) пренебречь кривизной Земли, считая ее поверхность плоской;
- 3) пренебречь движением Земли;
- 4) считать ускорение свободного падения g постоянным;
- 5) пренебречь сопротивлением воздуха.

Из курса физики известно, что при таких допущениях положение тела (мячика) в пространстве, т. е. значения координат дальности полета x и высоты y в момент времени t , описывается системой уравнений:

$$\begin{cases} x(t) = (v_0 \cos \alpha)t, \\ y(t) = (v_0 \sin \alpha)t - \frac{gt^2}{2} \end{cases} \quad (7)$$

б) компьютерная реализация модели

Воспользуемся общей схемой размещения модели в электронных таблицах.

Значение начальной скорости и соответствующий комментарий поместим в ячейки А3 и В3.

Значение угла бросания в градусах и соответствующий комментарий поместим в ячейки А4 и В4.

Для представления угла бросания в радианах воспользуемся ячейкой А5. Соответствующий комментарий разместим в ячейке В5. Такое представление связано с тем, что в электронных таблицах аргументами тригонометрических функций, в том числе, COS и SIN, являются радианы.

	А	В	С
1	МОДЕЛЬ ПОЛЕТА МЯЧИКА		
2	Исходные данные		
3	25	Начальная скорость, м/с	
4	30	Угол бросания, град	
5	РАДИАНА (А4)	угол бросания, рад	
6	0,1	Временной шаг, с	
7			
8	Расчетная таблица		
9	Время	Координата х(t)	Координата у(t)
10	0	0	0
11	=А10+А56	=А53*А11*СОS(А55)	=А53*А11*SIN(А55)-9,81*А11^2/2

Положение мячика в полете будем рассматривать через одинаковый промежуток времени, или временной шаг. Для нашей задачи зададим его равным 0,1 с. Поместим значение временного шага и комментарий к нему в ячейки А6 и В6 соответственно.

Названия расчетных столбцов «Время», «Координата х(t)» и «Координата у(t)» поместим в ячейки таблицы А9, В9 и С9 соответственно. В начальный момент времени $t=0$ значения координат х(t) и у(t) будут равны нулю. Все эти значения поместим в соответствующие ячейки строки 10.

В ячейки А11, В11 и С11 запишем формулы для расчетов времени и соответствующих этому времени координат положения мячика.

Дальнейшие действия связаны с отображением в расчетной таблице всего полета тела. В качестве признака, по которому можно судить о падении тела на землю, будет переход значений у(t) с положительных в отрицательные. Для получения такой расчетной таблицы необходимо содержимое диапазона ячеек А11:С11 скопировать, например, на диапазон ячеек А12:С30. Если в этой области мы не обнаружим признака падения тела на землю, продолжим копирование, например содержимое диапазона ячеек А30:С30 скопируем на диапазон А31:С40 и т. д. Отметим, что в копируемых формулах ссылки на ячейки А6, А3 и А5 должны быть фиксированными.

4. Анализ компьютерной модели на соответствие объекту оригиналу

Модель соответствует реальному процессу при определенных допущениях и положительных значениях координаты u . Строки таблицы с отрицательными значениями координаты u в расчет не берутся.

5. Решение задачи с помощью модели

В расчетной таблице находим строку, после которой значения координаты u становятся отрицательными. Значение времени t в этой строке является ответом на первый вопрос задачи с точностью до величины временного шага. Соответствующее значение $x(t)$ даст нам дальность полета. Применение функции МАКС к ячейкам столбца C расчетной таблицы позволит дать ответы на остальные вопросы.

Моделирование в задачах процентного роста

В случае, когда по истечении некоторого срока (месяца, квартала, года и др.) денежные средства начисляются только на первоначальную денежную сумму, без включения в нее ранее начисленных процентов, то речь идет о *простом проценте (проценте без капитализации)*.

Например, если у вкладчика есть 100 тыс. руб. и он вкладывает свои сбережения на 5 лет под 20 % годовых без капитализации, то ежегодно он будет получать доход в размере

$$100 \cdot 20 \% = 100 \cdot 0,2 = 20 \text{ тыс. руб.}$$

и общая сумма за пять лет составит

$$100 + (100 \cdot 20 \%) \cdot 5 = 200 \text{ тыс. руб.}$$

В случае, когда по истечении некоторого срока (месяца, квартала, года и др.) денежные средства начисляются на первоначальную денежную сумму и включают в нее ранее начисленные проценты, то речь идет о *сложном проценте (капитализированном проценте)*.

Например, если у вкладчика есть 100 тыс. руб. и он вкладывает свои сбережения на 5 лет под 20 % годовых с капитализацией, то доход:

– за первый год составит $100 \cdot 20 \% = 100 \cdot 0,2 = 20$ тыс. руб. (общая сумма по окончании первого года и на начало второго года – 120 тыс. руб.);

– за второй год составит $120 \cdot 20 \% = 120 \cdot 0,2 = 24$ тыс. руб. (общая сумма по окончании второго года и на начало третьего года – 144 тыс. руб.);

– за третий год составит $144 \cdot 20 \% = 144 \cdot 0,2 = 28,8$ тыс. руб. (общая сумма по окончании третьего года и на начало четвертого года – 172,8 тыс. руб.);

– за четвертый год составит $172,8 \cdot 20 \% = 172,8 \cdot 0,2 = 34,56$ тыс. руб. (общая сумма по окончании четвертого года и на начало пятого года – 207,36 тыс. руб.);

– за пятый год составит $207,36 \cdot 20 \% = 207,36 \cdot 0,2 = 41,472$ тыс. руб. (общая сумма по окончании пятого года – 248,832 тыс. руб.).

Таким образом, общая сумма за пять лет 248 832 руб.

1. Постановка задачи

Оплата за двухкомнатную квартиру за месяц в летний период (с 15 апреля по 14 октября) составляет 81 260 руб. В зимний период (с 15 октября по 14 апреля) оплата возрастает на 53,48 %. Оплату за каждый месяц необходи-

мо вносить до 25 числа следующего месяца. В случае задержки платежа за коммунальные услуги ежедневно начисляется пеня в размере 3 % от оплаты за квартиру.

Постройте компьютерную модель «Оплата коммунальных услуг» в MS Excel и ответьте на следующие вопросы:

1. Сколько понадобится денег для оплаты квартиры за зимний период?
2. Вычислите величину годовой оплаты за квартиру для двух случаев: при своевременной оплате и при задержке платежей (в феврале оплата за коммунальные услуги была задержана на 9 дней, в марте – на 3 дня и в августе – на 15 дней). На сколько рублей возрастет оплата за год при задержке платежей?

3. Как изменится ответ на предыдущий вопрос, если пеня будет рассчитываться в размере 3 % не от количества денег, необходимых к оплате за месяц, а от суммы долга на каждый день просрочки?

Расчетные таблицы расположите на листах 1 – 3 (название листа 1 – Вопрос 1, листа 2 – Вопрос 2 и листа 3 – Вопрос 3).

3. Создание модели

1. Разработаем математическую модель для ответа на вопрос 1.

Пусть S_l руб. – денежная сумма, которую необходимо уплачивать за квартиру в летний период, S_z руб. – денежная сумма, которую необходимо уплачивать в зимний период, h % – разница между оплатой за квартиру в зимний и летний периоды.

Если сумма оплаты за летний период известна, то денежную сумму для оплаты за квартиру в зимний период можно определить по формуле:

$$S_z = S_l + S_l \cdot \frac{h}{100} \quad \text{или} \quad S_z = \left(1 + \frac{h}{100}\right) \cdot S_l$$

При ответе на первый вопрос используется формула для нахождения простого процента.

2. Построим компьютерную модель для ответа на вопрос 1.

В начале листа «Вопрос 1» оформим исходные данные.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Компьютерная модель "Оплата коммунальных услуг"													
2														
3	Исходные данные:													
4														
5	S_l , руб.	81260	– количество денег, необходимых для оплаты за квартиру в летний период.											
6	h %	53,48	– разница между оплатой за квартиру в зимний и летний периоды.											
7														
8														
9	Вопрос:													
10														
11	1. Сколько понадобится денег для оплаты двухкомнатной квартиры за зимний период?													
12														

Построим расчетную таблицу, в которой ежемесячно отобразим суммы для оплаты коммунальных услуг в зимний период.

	A	B	C	D
12				
13	Построение расчетных таблиц:			
14				
15		Месяц	Оплата за квартиру, руб.	
16		Ноябрь		

Введем в ячейку C16 формулу

$$=(1+B\$6/100)*B\$5$$

Полученное значение необходимо округлить до десятков. Используйте функцию ОКРУГЛТ().

Обратите внимание, что в формуле необходимо использовать смешанные ссылки. Это позволит корректно скопировать формулу для остальных ячеек.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
12														
13	Построение расчетных таблиц:													
14														
15		Месяц	Оплата за квартиру		Зимний период: с 15 октября по 14 апреля календарного года.									
16		Ноябрь	124 720		Для упрощения расчетов предположим, что время с 15 октября по 31 октября и с 1 апреля по 14 апреля образуют один месяц.									
17		Декабрь	124 720											
18		Январь	124 720											
19		Февраль	124 720											
20		Март	124 720											
21		Апрель/Октябрь	124 720											
22														

Вычислим общую сумму для оплаты коммунальных услуг за зимний период в ячейке C23. Используйте функцию СУММ(). Её можно вставить комбинацией клавиш Alt + =.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
19		Февраль	124 720											
20		Март	124 720											
21		Апрель/Октябрь	124 720											
22														
23		Итого:	748 320											
24														
25	Ответ:													
26														
27		Для оплаты двухкомнатной квартиры за зимний период понадобится		748 320										
28														

3. Разработаем математическую модель для ответа на вопрос 2.

Пусть $p\%$ – пеня за каждый день просрочки квартплаты, а n – число просроченных дней, S_n – сумма, которую необходимо заплатить после n дней просрочки. Тогда за n дней просрочки пеня составит $pn\%$ от S или $\frac{pn}{100}S$, а всего

придётся заплатить $S + \frac{pn}{100}S$, где S – денежная сумма, которую необходимо уплачивать за квартиру в летний или зимний период. Таким образом,

$$S_n = \left(1 + \frac{pn}{100}\right)S.$$

При ответе на второй вопрос используется формула для нахождения простого процента.

4. Построим компьютерную модель для ответа на вопрос 2.

В начале листа «Вопрос 2» оформим исходные данные. Сделаем ссылки на все исходные данные листа «Вопрос 1». Это позволит повысить эффективность использования разрабатываемой компьютерной модели.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
3	Исходные данные:										
5	<i>S_l, руб.</i>	81 260	— количество денег, необходимых для оплаты за квартиру в летний период.								
6	<i>S_z, руб.</i>	124 720	— количество денег, необходимых для оплаты за квартиру в зимний период.								
7	<i>p, %</i>	3	— пеня за каждый день просрочки квартплаты.								
8	<i>n₁, дней</i>	9	— количество дней, на которые была задержана оплата за квартиру в феврале.								
9	<i>n₂, дней</i>	3	— количество дней, на которые была задержана оплата за квартиру в марте.								
10	<i>n₃, дней</i>	15	— количество дней, на которые была задержана оплата за квартиру в августе.								
11											
12	Вопрос:										
13											
14	На сколько рублей возрастет годовая оплата за двухкомнатную квартиру, если в феврале оплата за коммунальные услуги была задержана на 9 дней, в марте – на 3 дня и в августе – на 15 дней?										

Вычислим суммы для оплаты коммунальных услуг для месяцев, в которых начислялась пеня.

	A	B	C	D
16	Построение расчетных таблиц:			
	Подсчет суммы квартплаты за февраль			
19	158 394			

	D	E	F	G	H
16					
	Подсчет суммы квартплаты за март				
19	135 945				

	H	I	J	K	L
16					
	Подсчет суммы квартплаты за август				
19	117 827				

Количество денег, необходимых для оплаты за квартиру в месяц за зимний период составляет 124 720 руб. Согласно математической модели денежные суммы за февраль и март будут вычисляться следующим образом $\left(1 + \frac{3 \cdot 9}{100}\right) \cdot 124720$ и $\left(1 + \frac{3 \cdot 3}{100}\right) \cdot 124720$, где $\frac{3 \cdot 9}{100}$ и $\frac{3 \cdot 3}{100}$ – пени за 9 дней и 3 дня просрочки, соответственно.

Количество денег, необходимых для оплаты за квартиру в месяц за летний период составляет 81 260 руб. Согласно математической модели денежная сумма для августа будет $\left(1 + \frac{3 \cdot 15}{100}\right) \cdot 81260$, где $\frac{3 \cdot 15}{100}$ – пеня за 15 дней просрочки.

Построим расчетную таблицу, в которой помесечно отобразим суммы для оплаты коммунальных услуг в зимний и летний периоды для случаев своевременной оплаты и при задержке платежей. В ячейки C26, C27, C34 введем формулы, возвращающие результаты округления значений ячеек A19, E19, I19. Точность округления, как и в случае ответа на вопрос 1, – до десятков.

Для определения суммы, необходимой при оплате за квартиру без пени и с ее наличием, в ячейки B39 и C39 введем формулы «=СУММ(B23:B28;B30:B35)» и «=СУММ(C23:C28;C30:C35)».

		Денежные средства, необходимые	
Месяц		при своевременной оплате	при задержке платежей
23	Ноябрь	124 720	124 720
24	Декабрь	124 720	124 720
25	Январь	124 720	124 720
26	Февраль	124 720	158 390
27	Март	124 720	135 940
28	Апрель/Октябрь	124 720	124 720
30	Апрель/Октябрь	81 260	81 260
31	Май	81 260	81 260
32	Июнь	81 260	81 260
33	Июль	81 260	81 260
34	Август	81 260	117 830
35	Сентябрь	81 260	81 260
37 Годовая оплата за квартиру			
		Без пени	С наличием пени
		1 235 880	1 317 340

Заполним область «Ответ».

41 Ответ:									
43		При своевременной оплате величина годовой оплаты за двухкомнатную квартиру составит							
44		1 235 880 рублей.							
45		При задержке платежей величина годовой оплаты за двухкомнатную квартиру составит							
46		1 317 340 рублей.							
47		Годовая оплата за двухкомнатную квартиру с учетом задержки оплаты в феврале, марте							
48		и августе возрастет на <input type="text" value="81 460"/> рублей.							

5. Разработаем математическую модель для ответа на вопрос 3.

В отличие от предыдущего случая речь идет о том, что пеня $p\%$ начисляется на общую сумму долга *ежедневно* в течении n дней. За первый день сумма оплаты S увеличится на $p\%$, т.е. на $\frac{p}{100} \cdot S$ рублей, и составит $S_1 = \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot S$ рублей. Таким образом, начальная сумма увеличится в $1 + \frac{p}{100}$ раза.

За следующий день сумма S_1 увеличится во столько же раз, и поэтому через два дня необходимо будет оплатить сумму

$$S_2 = \left(1 + \frac{P}{100}\right) \cdot S_1 = \left(1 + \frac{P}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{P}{100}\right) \cdot S = \left(1 + \frac{P}{100}\right)^2 \cdot S.$$

Аналогично $S_3 = \left(1 + \frac{P}{100}\right)^3 \cdot S$, и так далее. Другими словами, справедливо равенство:

$$S_n = \left(1 + \frac{P}{100}\right)^n \cdot S.$$

При ответе на третий вопрос используется формула для нахождения сложного процента.

6. Построим компьютерную модель для ответа на вопрос 3.

Сделаем копию листа «Вопрос 2». Назовем скопированный лист «Вопрос 3».

В диапазон ячеек B5:B10 вставим относительные ссылки на соответствующие данные листа «Вопрос 2». Изменим текст вопроса в ячейке A14 согласно условию.

B7		fx =Вопрос 2!B7												
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M		
2														
3	Исходные данные:													
4														
5	S_1 , руб.	81 260	— количество денег, необходимых для оплаты за квартиру в летний период.											
6	S_2 , руб.	124 720	— количество денег, необходимых для оплаты за квартиру в зимний период.											
7	p , %	3	— пеня за каждый день просрочки квартплаты.											
8	n_1 , дней	9	— количество дней, на которые была задержана оплата за квартиру в феврале.											
9	n_2 , дней	3	— количество дней, на которые была задержана оплата за квартиру в марте.											
10	n_3 , дней	15	— количество дней, на которые была задержана оплата за квартиру в августе.											
11														
12	Вопрос:													
13														
14	Как изменится ответ на предыдущий вопрос, если пеня будет рассчитываться в размере 3 % не от количества денег, необходимых к оплате за месяц, а от суммы долга на каждый день просрочки?													
15														

В строке B19 удалим все данные и обратим внимание, что в ячейках C26, C27 и C34 значения станут равными нулю.

Вычислим суммы для оплаты коммунальных услуг для месяцев, в которых начислялась пеня, используя формулу для нахождения капитализированного процента.

После строки B19 вставим 16 строк. Число строк определяется количеством дней, для которых необходимо найти пеню. В нашем случае наибольшее количество дней просрочки в августе – 15.

Для определения величины долга необходимо проводить подсчет суммы долга по окончанию каждого дня, так как эта сумма влияет на определение величины пени на последующий день (в случае неоплаты коммунальных услуг).

С учетом этого расчеты для февраля проведите следующим образом.

Формулы

Подсчет суммы квартплаты за февраль			
18	День	Сумма	Процент
19	1	$=(1+C20/100)*B6$	$=B\$7$
21	$=A20+1$	$=(1+C20/100)*B20$	$=C20$
22	$=A21+1$	$=(1+C21/100)*B21$	$=C21$
23	$=A22+1$	$=(1+C22/100)*B22$	$=C22$
24	$=A23+1$	$=(1+C23/100)*B23$	$=C23$
25	$=A24+1$	$=(1+C24/100)*B24$	$=C24$
26	$=A25+1$	$=(1+C25/100)*B25$	$=C25$
27	$=A26+1$	$=(1+C26/100)*B26$	$=C26$
28	$=A27+1$	$=(1+C27/100)*B27$	$=C27$

Значения

Подсчет суммы квартплаты за февраль			
18	День	Сумма	Процент
19	1	128 462	3
21	2	132 315	3
22	3	136 285	3
23	4	140 373	3
24	5	144 585	3
25	6	148 922	3
26	7	153 390	3
27	8	157 992	3
28	9	162 731	3

Обратите внимание, что при заполнении столбца «Процент» используется ссылка на процент предыдущего дня. Такой подход удобно применять для случаев, в которых на определенном этапе возможно изменение величины процента начисления пени. Например, если через 6 дней (седьмого февраля) процент увеличился до 3,5, то достаточно это значение ввести в ячейку C26, значения в остальных ячейках столбца «Процент» изменятся автоматически.

Аналогичным образом проводится подсчет суммы оплаты за март и август. В ячейках G20 и K20 находятся ссылки на ячейки C28 и G22 соответственно.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
15													
16	Построение расчетных таблиц:												
17													
18	Подсчет суммы квартплаты за февраль			Подсчет суммы квартплаты за март			Подсчет суммы квартплаты за август						
19	День	Сумма	Процент	День	Сумма	Процент	День	Сумма	Процент				
20	1	128 462	3	1	128 462	3	1	83 698	$=G22$				
21	2	132 315	3	2	132 315	3	2	86 209	3				
22	3	136 285	3	3	136 285	3	3	88 795	3				
23	4	140 373	3				4	91 459	3				
24	5	144 585	3				5	94 203	3				
25	6	148 922	3				6	97 029	3				
26	7	153 390	3				7	99 940	3				
27	8	157 992	3				8	102 938	3				
28	9	162 731	3				9	106 026	3				
29							10	109 207	3				
30							11	112 483	3				
31							12	115 857	3				
32							13	119 333	3				
33							14	122 913	3				
34							15	126 600	3				
35													

В ячейках C41, C42 и C49 вставим соответственно ссылки на ячейки B28, F22 и J34.

Остальные расчеты будут проведены автоматически.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
51											
52	Годовая оплата за квартиру										
		Без пени	С наличием пени								
53											
54		1 235 880	1 330 790								
55											
56	Ответ:										
57											
58		При своевременной оплате величина годовой оплаты за двухкомнатную квартиру составит									
59		1 235 880 рублей.									
60		При задержке платежей величина годовой оплаты за двухкомнатную квартиру составит									
61		1 330 790 рублей.									
62		Годовая оплата за двухкомнатную квартиру с учетом задержки оплаты в феврале, марте									
63		и августе возрастет на		94 910	рублей.						
64											

Вопрос 1 / Вопрос 2 / Вопрос 3