УДК 625.111

И. Н. Кравченя, Т. А. Дубровская
Белорусский государственный университет транспорта (БелГУТ), г. Гомель, Беларусь

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ РЕКОНСТРУКЦИИ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ПУТИ

Аннотация. *Развитие железнодорожного транспорта в настоящее время невозможно представить без использования математических моделей и алгоритмов. Повысить скорости движения поездов и сократить время в пути, минимизировав при этом затраты, можно только при качественном и полном использовании математического аппарата. Использование информационных технологий позволяет принять эффективное решение при разработке проекта реконструкции железнодорожной линии. Применение методов компьютерной оптимизации при реконструкции железных дорог позволяет найти оптимальное решение при той или иной постановке задачи без значительного увеличения материальных расходов, которые в настоящее время являются основным из важнейших критериев любого исследования. При математическом моделировании железная дорога представляется в виде технической системы, которая делится на участки (перегоны и раздельные пункты), в пределах которых ограничение скорости постоянно. Участок описывается множеством параметров технических устройств (верхнее строение пути, в том числе стрелочные переводы, искусственные сооружения), определяющих ограничения скорости на участке. Скорость на линии ограничена возможностями технических устройств. Ограничения скорости изменяются по длине линии. В статье рассмотрены проблемы технической реконструкции плана железных дорог для повышения скорости движения поездов. Указана актуальность применения математических методов для разработки оптимального плана повышения скорости движения поездов. Рассмотрена пара взаимно двойственных задач оптимальной реконструкции железнодорожных кривых для повышения скорости движения поездов при минимальных капитальных вложениях. В качестве методов решения поставленных задач предложены метод наискорейшего спуска, модифицированный метод динамического программирования (метод Кеттеля), метод неопределенных множителей Лагранжа. Указана целесообразность применения каждого метода для решения поставленной задачи. Рассмотренные методы позволяют реализовать ряд процедур автоматизированного проектирования реконструкции плана железных дорог.*

Ключевые слова: *железнодорожный путь, скорость, математическое моделирование, реконструкция, экономическая эффективность.*

Irina N. Kravchenya, Tatyana A. Dubrovskaya

Belarusian State University of Transport (BelSUT) Gomel, the Belarus

APPLICATION OF MATHEMATICAL MODELING METHODS WHEN DESIGNING RECONSTRUCTION OF RAILWAYS

Annotation. *The development of railway transport is currently impossible to imagine without the use of mathematical models and algorithms. Consider the increase in speeds, reduction of travel time, while minimizing costs, is possible only with the qualitative and full use of the mathematical apparatus. The use of information technologies makes it possible to take an effective decision in the development of a project for the reconstruction of a railway line.*

The current state of the theory of railway transport is characterized by the presence of a developed system of mathematical models and algorithms for analyzing various features of railways. This opens up possibilities for building an approach to the problems of searching and optimizing design solutions on a mathematical basis, with the reduction to a minimum of costly and time-consuming physical modeling procedures. One of the main tasks that are set for the railway transport in the near future is to increase the speed of trains on existing railway lines with the use of computer technology (computer-aided design).

The article deals with the problems of technical reconstruction of the railway plan to increase the speed of train movement. The urgency of the use of computer mathematical methods for the development of an optimal plan for increasing the speed of trains. A pair of mutually dual problems of optimal reconstruction of railway curves to increase the speed of trains with minimal capital investment is considered. As methods for solving the problems posed, the following methods were proposed: the method of steepest descent, a modified method of dynamic programming (the Cattell method), the method of indefinite Lagrange multipliers. The expediency of using each method to solve the problem is indicated. The considered methods allow to implement a number of computer-aided design procedures for the reconstruction of the railway plan.

Keywords: *railway, speed, mathematical modeling, reconstruction, economic efficiency.*

Одной из основных задач современной Белорусской железной дороги являются повышение скоростей движения поездов на существующих железнодорожных линиях для связи столицы республики г. Минск и областных центров. В республике Беларусь есть потребность повысить скорости движения пассажирских поездов так, чтобы у жителей республики была возможность совершить поездку в обе стороны за один день и светлое время суток использовать для выполнения цели поездки. Эту задачу можно решить за счет использования нового подвижного состава, усиления верхнего строения пути и улучшения плана линии [1].

Увеличение скорости движения на всех видах транспорта связано с необходимостью повышения эффективности общественного производства и производительности труда.

Потребность в моделировании самого процесса проектирования реконструкции железных дорог возникает в связи с необходимостью обеспечения специалиста в области системного анализа средствами описания разрабатываемой технологии проектирования.

При проектировании реконструкции железных дорог из-за сложности и многообразия строительных и эксплуатационных затрат во многих случаях приходится рассматривать большое число вариантов и выбирать из них наиболее рациональный по принятому критерию при заданных ограничениях.

Такие задачи классифицируются по различным признакам: количеству критериев (одно- и многокритериальные задачи), степени достоверности информации (детерминированные и стохастические), временному фактору (статические и динамические) и т. д.

Отыскание варианта с оптимальным значением критерия, помимо которого должны учитываться и другие факторы, можно понять и оценить только с помощью теории принятия решений.

Для использования методов математического моделирования представим железную дорогу в виде технической системы. Скорость на линии ограничена возможностями технических устройств. Ограничения скорости изменяются по длине линии.

Количественным показателем *технической эффективности* увеличения скорости на участке является сокращение времени хода ΔT, количественным показателем *экономической эффективности* – величина капиталовложений K на совершенствование постоянных устройств.

Увеличение радиусов кривых в плане линий приведет к повышению скорости движения поездов и, как следствие, к сокращению времени хода ΔT.

Однако чем больше величина радиуса кривой, тем большие капиталовложения K требуются для реконструкции линии. В реальных условиях капиталовложения, отпускаемые на реконструкцию, ограничены: $K \le K_0$. Ограничение может быть наложено и на сокращение времени хода: $\Delta T \ge \Delta T_0$.

Рассмотрим пару взаимно двойственных задач оптимальной реконструкции криволинейных участков пути железных дорог с целью повышения скоростей движения поездов с минимальными денежными затратами.

Задача 1. Найти такие величины проектных радиусов кривых R_i $(i=\overline{1,m})$, при которых для заданных капиталовложений K_0 сокращение времени хода ΔT будет максимальным:

$$\Delta T \to \max \quad \text{при} \quad K = K_0. \tag{1}$$

Задача 2. Необходимо найти такие величины проектных радиусов R_i $(i=\overline{1,m})$, ограничивающие скорость кривых, при которых сокращение времени хода ΔT будет равно заданному ΔT_0, а капиталовложения K будут минимальными:

$$K \to \min \quad \text{при} \quad \Delta T = \Delta T_0. \tag{2}$$

В качестве методов решения поставленных задач для дальнейшей их компьютерной реализации могут быть предложены метод наискорейшего спуска [2 – 4], модифицированный метод динамического программирования – метод Кеттеля [5], метод неопределенных множителей Лагранжа [6]. Каждый из этих методов применим для решения задачи формирования плана участка железнодорожной линии или линии в целом, но каждый из них имеет свои сферы применения.

Метод наискорейшего спуска. При формировании плана участка линии с большим количеством кривых целесообразно применять метод наискорейшего спуска [3].

Представим железнодорожную линию как некоторую техническую систему, элементами которой являются кривые. Разделим линию на m кривых, для которых рассматривается n вариантов радиусов. Пронумеруем варианты в порядке убывания времени хода поездов. Каждому i-му $(i=\overline{1,m})$ варианту поставим в соответствие пару чисел: Δt_{ij} и ΔK_{ij} – сокращение времени хода и капиталовложений.

Для всех кривых вычислим критерий, который определяет величину капиталовложений на единицу сокращения времени хода:

$$g_{ij}=\frac{\Delta K_{ij}}{\Delta t_{ij}}. \tag{3}$$

Выстроим последовательность критериев g_{ij} в порядке их возрастания. Затем происходит обработка критериев, в процессе которой получится множество оптимальных решений реконструкции участка железной дороги для увеличения скоростей движения. Данная информация является необходимой для лица, принимающего решение.

Метод Кеттеля. При реконструкции участка линии с небольшим количеством кривых для проектирования радиусов этих кривых можно применить модифицированный метод динамического программирования (метод Кеттеля) [5].

Метод Кеттеля основан на композиции вариантов радиусов кривых. Композиция проводится по двум показателям – сокращению времени хода ΔT и капитальных вложений в реконструкцию K.

Вначале осуществляется композиция первого и второго вариантов реконструкции. Пары чисел нумеруются в порядке возрастания суммарных капиталовложений K:

$$K(n^{(1)})\le K(n^{(2)})\le\ldots\le K(n^{(s)}). \tag{4}$$

В дальнейшем из цепочки выбрасываются те пары чисел, где сокращение времени хода меньше предыдущего. Таким образом, устраняются недоминируемые варианты, когда

$$K(n)\ge K(n') \text{ и } \Delta T(n)\le \Delta T(n'). \tag{5}$$

Результатом этой процедуры является доминирующая последовательность:

$$K(n^{(1)})\le K(n^{(2)})\le\ldots\le K(n^{(s)});$$

$$\Delta T(n^{(1)})\le \Delta T(n^{(2)})\le\ldots\le \Delta T(n^{(s)}). \tag{6}$$

Доминирующая последовательность, возникающая из композиции вариантов реконструкции двух радиусов, называется условным вариантом 1.

Аналогично составляется композиция из последующих вариантов реконструкции и формируется следующий условный вариант. Далее выполняется композиция условных вариантов. Результатом является общая доминирующая последовательность, представляющая собой информацию для лица, принимающего решение.

Таким образом, метод Кеттеля позволяет решать задачу формирования оптимального плана участка железнодорожной линии в целом, т. е. дает глобальное оптимальное решение.

Однако при числе кривых более десяти использование этого метода приводит к очень большому объему вычислений даже на ЭВМ.

Отдельно стоит рассмотреть *метод неопределенных множителей Лагранжа,* который является классическим методом решения задач нелинейной оптимизации и позволяет решать взаимно двойственные задачи.

Задача 1. Пусть имеется участок железной дороги, на котором располагается m независимых (однорадиусных и составных) кривых. На каждой i-й $(i=\overline{1,m})$ кривой известны длина криволинейного участка l_i; ограничение скорости в пределах этого участка v_i; угол поворота α_i; капиталовложения K_i, необходимые для реконструкции единицы длины кривой, а также параметр a, зависящий от величины возвышения наружного рельса и допускаемой величины непогашенного ускорения.

Ставится задача отыскания таких величин проектных радиусов R_i $(i=\overline{1,m})$, ограничивающих скорость кривых, при которых капиталовложения K будут равны заданным K_0, а сокращение времени хода ΔT будет максимальным:

$$\Delta T=\sum_{i=1}^{m} l_i\left(\frac{1}{v_i}-\frac{1}{a\sqrt{R_i}}\right)\to \max \qquad (7)$$

при

$$\sum_{i=1}^{m} K_i\,\alpha_i R_i^2=K_0. \qquad (8)$$

Для решения поставленной задачи будем использовать метод неопределенных множителей Лагранжа. Составим функцию Лагранжа:

$$L(R_i,\lambda)=\sum_{i=1}^{m} l_i\left(\frac{1}{v_i}-\frac{1}{a\sqrt{R_i}}\right)+\lambda\left(K_0-\sum_{i=1}^{m} K_i\,\alpha_i R_i^2\right), \qquad (9)$$

где λ – множитель Лагранжа, который показывает, насколько изменится максимальное сокращение времени хода ΔT в оптимальном решении при увеличении величины капиталовложений K_0 на единицу.

Найдем частные производные функции Лагранжа по неизвестным величинам R_i $(i=\overline{1,m})$ и λ и приравняем их к нулю. В результате получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L(R_i,\lambda)}{\partial R_i}=\dfrac{l_i}{2a R_i^{3/2}}-2\lambda K_i\,\alpha_i R_i=0, \; i=\overline{1,m}; \\ \dfrac{\partial L(R_i,\lambda)}{\partial \lambda}=K_0-\sum_{i=1}^{m} K_i\,\alpha_i R_i^2=0. \end{cases} \qquad (10)$$

Решив полученную систему уравнений (10) относительно неизвестных R_i $(i=\overline{1,m})$ и λ, для заданной величины капиталовложений K_0 можно найти оптимальные величины проектных радиусов R_i (11) и максимальное сокращение времени хода ΔT (11*).

$$R_i=\left(\frac{l_i}{K_i\alpha_i}\right)^{2/5}\frac{K_0^{1/2}}{\left(\sum_{i=1}^{m} l_i^{4/5}(K_i\alpha_i)^{1/5}\right)^{1/2}}; \qquad (11)$$

$$\Delta T=\sum_{i=1}^{m} l_i\left(\frac{1}{v_i}-\frac{1}{a}\left(\frac{K_i\alpha_i}{l_i}\right)^{1/5}\frac{\left(\sum_{i=1}^{m} l_i^{4/5}(K_i\alpha_i)^{1/5}\right)^{1/4}}{K_0^{1/4}}\right). \qquad (11^*)$$

Возможна следующая постановка двойственной задачи оптимальной реконструкции железнодорожных кривых.

Задача 2. Необходимо найти такие величины радиусов R_i $(i=\overline{1,m})$, ограничивающих скорость кривых, при которых сокращение времени хода ΔT будет равно заданному ΔT_0, а капиталовложения K будут минимальными:

$$K=\sum_{i=1}^{m} K_i\,\alpha_i R_i^2 \to \min \qquad (12)$$

при

$$\sum_{i=1}^{m} l_i\left(\frac{1}{v_i}-\frac{1}{a\sqrt{R_i}}\right)=\Delta T_0. \qquad (13)$$

Составим функцию Лагранжа:

$$L(R_i,\lambda)=\sum_{i=1}^{m} K_i\,\alpha_i R_i^2+\lambda\left(\Delta T_0-\sum_{i=1}^{m} l_i\left(\frac{1}{v_i}-\frac{1}{a\sqrt{R_i}}\right)\right), \qquad (14)$$

где λ – множитель Лагранжа, который показывает, насколько уменьшится величина капиталовложений K в оптимальном решении при изменении сокращения времени хода ΔT_0 на единицу.

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial L(R_i,\lambda)}{\partial R_i}=2K_i\,\alpha_i R_i-\lambda\dfrac{l_i}{2aR_i^{3/2}}=0,\ \ i=\overline{1,m};\\[2ex] \dfrac{\partial L(R_i,\lambda)}{\partial \lambda}=\Delta T_0-\sum_{i=1}^{m} l_i\left(\dfrac{1}{v_i}-\dfrac{1}{a\sqrt{R_i}}\right)=0.\end{cases} \qquad (15)$$

В результате решения системы уравнений (15) для заданного сокращения времени хода ΔT_0 будут получены оптимальные величины проектных радиусов R_i (16) и величина минимальных капиталовложений K (16*).

$$R_i=\left(\frac{l_i}{K_i\alpha_i}\right)^{2/5}\left[\frac{\sum_{i=1}^{m} l_i^{4/5}(K_i\alpha_i)^{1/5}}{a\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{l_i}{v_i}-\Delta T_0\right)}\right]^2; \qquad (16)$$

$$K=\sum_{i=1}^{m} l_i^{4/5}\left(K_i\alpha_i\right)^{1/5}\cdot\left(\frac{\sum_{i=1}^{m} l_i^{4/5}\left(K_i\alpha_i\right)^{1/5}}{a\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{l_i}{v_i}-\Delta T_0\right)}\right)^4. \qquad (16^*)$$

Количественное решение задачи определения оптимальных величин реконструируемых радиусов R_i методом Лагранжа рассмотрим на примере участка Белорусской железной дороги на направлении Минск – граница РФ протяженностью 10 км (ПК 7120 – ПК 7220), на котором располагается девять независимых кривых радиусом R < 2000 м. Характеристики этих кривых, необходимые для решения данной задачи, представлены в таблице.

Характеристики кривых

№ п/п	Длина кривой l, м	Скорость ν, м/с	Угол поворота α	Капиталовложения K_i, у.е.	Непогашенное ускорение a, м/с^2	Сокращение времени хода ΔT, с
1	171,11	40,9	9,73	97777		
2	226,07	33,3	20,73	129183		
3	436,38	31,3	40,72	249360		
4	196,12	31,4	18,37	112069		
5	245,22	32,1	22,68	140126	0,7	3,5
6	174,41	32,3	15,60	99663		
7	183,70	30,8	15,10	104971		
8	522,27	31,8	48,13	298440		
9	305,66	36,8	21,10	174663		

С помощью системы компьютерной математики Mathcad получены величины оптимальных радиусов R_i (рисунок).

$$m := 8 \quad i := 0..m \quad \Delta T := 3.5 \quad a := 0.7$$

$$l := (171.11\ 226.07\ 436.38\ 196.12\ 245.22\ 174.41\ 183.70\ 522.27\ 305.66)^T$$

$$K := (97777\ 129183\ 249360\ 112069\ 140126\ 99663\ 104971\ 298440\ 174663)^T$$

$$\alpha := (9.73\ 20.73\ 40.72\ 18.37\ 22.68\ 15.60\ 15.10\ 48.13\ 21.10)^T$$

$$\upsilon := (40.9\ 33.3\ 31.3\ 31.4\ 32.1\ 32.3\ 30.8\ 31.8\ 36.8)^T$$

$$R_i := \left(\frac{l_i}{K_i \cdot \alpha_i}\right)^{\frac{2}{5}} \cdot \left[\frac{\sum_{k=0}^{m} (l_k)^{\frac{4}{5}} \cdot (K_k \cdot \alpha_k)^{\frac{1}{5}}}{a \cdot \left(\sum_{k=0}^{m} \frac{l_k}{\upsilon_k} - \Delta T\right)}\right]^2$$

$$R^T = \left(3.595\times 10^3\ \ 2.656\times 10^3\ \ 2.028\times 10^3\ \ 2.788\times 10^3\ \ 2.563\times 10^3\ \ 2.976\times 10^3\ \ 3.015\times 10^3\ \ 1.897\times 10^3\ \ 2.638\times 10^3\right)$$

Решение задачи с помощью системы компьютерной математики Mathcad

Таким образом, рассмотренные методы на каждом участке позволяют определить максимально допустимую скорость, чтобы в целом на дороге маршрутные скорости достигали заданного значения при минимальных капитальных вложениях.

Однако метод неопределенных множителей Лагранжа позволил определить на каждом участке максимально допустимую скорость, чтобы в целом на дороге маршрутные скорости достигали заданного значения при минимальных капитальных вложениях.

Список литературы

1. Ерофеев, А. А. Проблемы повышения скорости движения поездов на существующих железнодорожных линиях [Текст] / А. А. Ерофеев, П. В. Ковтун, Т. А. Дубровская // Вестник

БелГУТа: наука и транспорт / Белорусский гос. ун-т транспорта. – № 2(37). – Гомель. – 2018. – С.57 – 59.

2. Кравченя, И. Н. Определение оптимальных скоростей движения поездов в кривых при введении скоростного движения [Текст] / И. Н. Кравченя, Т. А. Руденко // Транспорт и транспортная логистика: Бюллетень научных работ Брянского филиала МИИТа. – Брянск: Дизайн-Принт. – № 2 (4). – 2013. – С. 15 – 17.

3. Кравченя, И. Н. Определение параметров реконструкции железной дороги для скоростного движения с учетом неопределенности [Текст] / И. Н. Кравченя, Т. А. Дубровская // Транспорт и транспортная логистика : Бюллетень научных работ Брянского филиала МИИТа. – Брянск: Дизайн-Принт. – № 1 (7). – 2015. – С. 24 – 29.

4. Кравченя, И. Н. Оптимизация затрат на реконструкцию железнодорожной линии под скоростное движение [Текст] / И. Н. Кравченя, Т. А. Дубровская // Вестник экономики транспорта и промышленности / Украинский гос. ун-т ж.-д. трансп. – Харьков. – 2018. – № 62 (спецвыпуск).– С. 82 – 89.

5. Окулов, С. М. Динамическое программирование: Учебное пособие [Текст] / С. М. Окулов, О. А. Пестов. – М.: Бином, 2012. – 299 с.

6. Кравченя, И. Н. Математическое моделирование. Линейное и нелинейное программирование, сетевое планирование и управление [Текст] / И. Н. Кравченя, Е. Л. Бурдук, Т. В. Алымова / Белорусский гос. ун-т транспорта. – Гомель. – 2014. – 112 с.

7. Курган, Д. Н. Методология расчетов железнодорожной колеи при взаимодействии со скоростным подвижным составом: Автореф. … д.т.н.: 05.22.06. – Днепропетровск, 2017. – 35 с.

8. Economic Analysis of High Speed Rail in Europe. Fundacion BBVA, 2009. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://w3.grupobbva.com/ TLFU/dat/inf_web_economic_analysis.pdf. (Дата обращения: 15.04.2018).

9. Frédéric Dobruszkes, Catherine Dehon, Moshe Givoni Does European high-speed rail affect the current level of air services? An EU-wide analysis // Transportation Research Part A № 69.– Elsevier, 2014.– P. 461 – 475.

10. Гавриленков, А. В. Теоретические основы проектирования скоростных и высокоскоростных железнодорожных магистралей: Монография [Текст] / А. В. Гавриленков / Дальневосточный гос. ун-т путей сообщения. – Хабаровск, 2004. – 213 с.

11. Birge, J. Introduction to Stochastic Programming : Springer Series in Operations Research and Financial Engineering / J. Birge, Fr. Louveaux. – Springer, 2011. – 485 c.

References

1. Erofeev A. A., Kovtun P.V., Dubrovskaya T. A. Problems of increasing the speed of trains on existing railway lines [Problemy povysheniya skorosti dvizheniya poyezdov na sushchestvuyushchikh zheleznodorozhnykh liniyakh]. *Vestnik BelGUTa: nauka i transport – Bulletin of BelGUT*, 2018, no. 2 (37), pp. 57 – 59.

2. Kravchenya I. N., Rudenko T. A. Determination of optimal train speeds in curves with the introduction of high-speed traffic [Opredeleniye optimal'nykh skorostey dvizheniya poyezdov v krivykh pri vvedenii skorostnogo dvizheniya]. *Transport i transportnaya logistika: Byulleten' nauchnykh rabot Bryanskogo filiala MIIT – Transport and transport logistics: Bulletin of scientific works of the Bryansk branch of MIIT*, 2013, no. 2 (4), pp.15 – 17.

3. Kravchenya I. N., Dubrovskaya T. A. Determining the parameters of the reconstruction of the railway for high-speed traffic, taking into account the uncertainty [Opredeleniye parametrov rekonstruktsii zheleznoy dorogi dlya sko-rostnogo dvizheniya s uchetom neopredelennosti]. *Transport i transportnaya logistika: Byulleten' nauchnykh rabot Bryanskogo filiala MIIT – Transport and transport logistics: Bulletin of scientific works of the Bryansk branch of MIIT*, 2015, no. 1 (7), pp. 24 – 29.

4. Kravchenya I. N., Dubrovskaya T. A. Optimization of the cost of reconstruction of the railway line for high-speed traffic [Optimizatsiya zatrat na rekonstruktsiyu zheleznodorozhnoy linii

pod skorostnoye dvizheniye]. *Vestnik ekonomiki transporta i promyshlennosti – Bulletin of economy, transport and industry*, 2018, no. № 62 (Spetsvypusk), pp. 82 – 89.

5. Okulov S. M., Pestov O. A. Dinamicheskoye programmirovaniye [Dynamic programming]. Moscow: Beanom, 2012, 299 p.

6. Kravchenya I. N., Burduk E. L., Alymova T. V. Matematicheskoye modelirovaniye. Lineynoye i nelineynoye programmi-rovaniye, setevoye planirovaniye i upravleniye [Mathematical modeling. Linear and nonlinear programming, network planning and management]. Gomel: BelSUT, 2014, 112 p.

7. Kurgan D.N. *Metodologiya raschetov zheleznodorozhnoy kolei pri vzaimodeystvii so skorostnym podvizhnym sostavom* (Methodology of calculation of railway track when interacting with high-speed rolling stock). Author's abstract. on the competition scientific step. Ph.D., Dnepropetrovsk, 2017, 35 p.

8. Economic Analysis of High Speed Rail in Europe. Fundacion BBVA, 2009. [Electronic resource]. – Access mode: https://w3.grupobbva.com/ TLFU/dat/inf_web_economic_analysis.pdf. – Access Date: 15.04.2018.

9. Frédéric Dobruszkes, Catherine Dehon, Moshe Givoni Does European high-speed rail affect the current level of air services? An EU-wide analysis // Transportation Research Part A № 69.– Elsevier, 2014.– P.461 – 475.

10. Gavrilenkov A.V. Theoretical basis for the design of high-speed and high-speed railway lines: Monograph [Teoreticheskiye osnovy proyektirovaniya skorostnykh i vysokosko-rostnykh zheleznodorozhnykh magistraley: Monografiya]. Khabarovsk: DVGUPS Publishing House, 2004, 213 p.

11. John Birge, Francois Louveaux Vvedeniye v stokhasticheskoye programmirovaniye: seriya Springer v oblasti issledovaniya operatsiy i finansovogo inzhiniringa [Introduction to Stochastic Programming : Springer Series in Operations Research and Financial Engineering]. Springer, 2nd ed., 2011, 485 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Кравченя Ирина Николаевна

Белорусский государственный университет транспорта (БелГУТ).

Кирова ул., д. 34, г. Гомель, 246031, Республика Беларусь.

Кандидат технических наук, доцент кафедры «Управление автомобильными перевозками и дорожным движением», БелГУТ.

Тел.: +37529 6207145.

E-mail: krav_2000@mail.ru

Дубровская Татьяна Алексеевна

Белорусский государственный университет транспорта (БелГУТ).

Кирова ул., д. 34, г. Гомель, 246031, Республика Беларусь.

Старший преподаватель кафедры «Проектирование, строительство и эксплуатация транспортных объектов», БелГУТ.

Тел.: +37544 5545253.

E-mail: rt-555@yandex.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Kravchenya Irina Nikolaevna

Belarusian State University of Transport (BelSUT).

St. Kirova, 34, Gomel, 246031, Republic of Belarus.

Ph.D of Engineering Sciences, Associate Professor of the Department "Management of automobile transportations and traffic" BelSUT.

Тел.: +37529 6207145.

E-mail: krav_2000@mail.ru

Dubrovskaya Tatyana Alekseevna

Belarusian State University of Transport (BelSUT).

St. Kirova, 34, Gomel, 246031, Republic of Belarus.

Senior Lecturer of the Department "Design, construction and operation of transport facilities" BelSUT.

Тел.: +37544 5545253.

E-mail: rt-555@yandex.ru

БИБЛИОГРАФИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СТАТЬИ

Кравченя, И. Н. Применение методов математического моделирования при проектировании реконструкции железнодорожного пути [Текст] / И. Н. Кравченя, Т. А. Дубровская // Известия Транссиба / Омский гос. ун-т путей сообщения. – Омск. – 2019.– № 2 (38).– С. 109 – 116.

BIBLIOGRAPHIC DESCRIPTION

Kravchenya I. N., Dubrovskaya T. A. Application of mathematical modeling methods when designing reconstruction of railway track. Journal of Transsib Railway Studies, 2019, vol. 2, no. 38, pp. 109 – 116 (In Russian).