

1 курс

ПЛАН – КОНСПЕКТ
проведения практических занятий № 21-22
по дисциплине «Математика»

Раздел 7. Многогранники и тела вращения.

Тема № 7.16: «Геометрические комбинации на практике»

Подготовил: преподаватель
В.Н. Борисов

Рязань
2025

Практические занятия № 21-22 «Использование комбинаций многогранников и тел вращения в практико-ориентированных задачах» по Теме № 7.16 «Геометрические комбинации на практике»

Цель занятий: повторить со студентами основные сведения о многогранниках, телах вращения, в том числе понятия площадей поверхностей, объемов многогранников, тел вращения, правила, формулы их вычисления, практическое применение полученных знаний – рассмотрение примеров многогранников, тел вращения в профессии, решение задач.

Виды занятий: классно-групповые, комбинированные (по повторению, проверке знаний, умений по пройденному материалу, применению на практике полученных знаний).

Методы проведения занятий: повторное доведение основных теоретических сведений, выполнение практических заданий.

Время проведения: 4 ч (2 занятия по 2 ч)

Основные вопросы:

1. Формулы объемов и площадей геометрических фигур, в том числе формулы вычисления площадей поверхностей, объемов многогранников и тел вращения.
2. Практическое применение полученных знаний – решение задач.

Литература:

1. [2 учебник раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины]: Атанасян Л.С. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия.10-11 класс. Учебник. Базовый и углубленный уровень/ Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – Москва: Просвещение, 2024.-287с., ISBN 978-5-09-112137-7. — Текст : электронный // ЭБС Лань — URL: <https://e.lanbook.com/book/408659>.

Примерный расчет времени (по каждому занятию):

1. Вступительная часть – 20 мин.
2. Основная часть – 60 мин.
3. Заключительная часть – 10 мин.

Вступительная часть (по каждому занятию):

Занятия начать с объявления темы занятия, основных рассматриваемых вопросов, времени изучения темы (повторение пройденного материала), опроса

по пройденному материалу, закрепления на практике полученных знаний, перечисления литературы.

Основная часть (повторение пройденного материала, выполнение практических заданий):

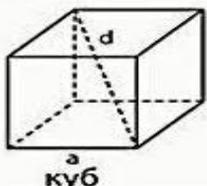
Основные сведения по следующим вопросам:

1. Понятие об объеме тела. Объем куба.
2. Объем прямоугольного параллелепипеда.
3. Объем прямой призмы.
4. Объем цилиндра.
5. Геометрический смысл определителя 3-его порядка.
6. Вычисление объемов тел с помощью определённого интеграла.
7. Отношение объемов подобных тел.
8. Объем наклонной призмы.
9. Объем пирамиды.
10. Объем конуса.
11. Объем шара.
12. Объем шарового сегмента, шарового слоя, шарового сектора.
13. Площадь боковой, полной поверхности прямоугольного параллелепипеда, куба.
14. Площадь боковой, полной поверхности призмы.
15. Площадь боковой, полной поверхности пирамиды.
16. Площадь боковой, полной поверхности цилиндра.
17. Площадь боковой, полной поверхности конуса.
18. Площадь сферы.
19. Практическое применение полученных знаний – решение задач.

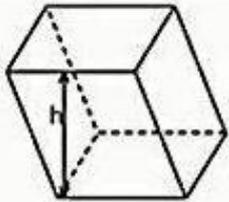
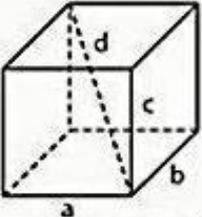
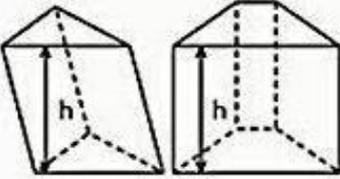
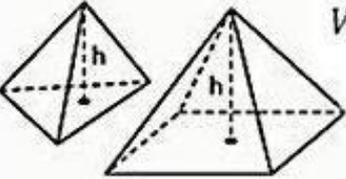
представлены во 2-ом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины, конспектах лекционных занятий №15-17 по Теме 7.13 «Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел», №18-20 по Теме 7.14 «Объемы и площади поверхностей тел».

Практическая часть.

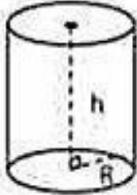
Первый вопрос: Формулы объемов и площадей геометрических фигур, в том числе формулы вычисления площадей поверхностей, объемов многогранников и тел вращения.

МНОГОГРАННИКИ	
ОБЪЁМЫ	ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ
 <p>куб</p>	$V = a^3$ <p>a – ребро куба</p> $S = 6a^2$ $d = a\sqrt{3}$ <p>длина диагонали</p>

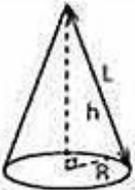
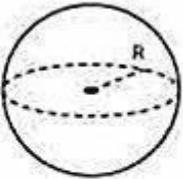
МНОГОГРАННИКИ

ОБЪЁМЫ	ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ
 <p>параллелепипед</p> $V = S_{\text{осн}} \cdot h$	$S = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$ <p>$S_{\text{осн}}$ – площадь основания h – высота</p>
 <p>прямоугольный параллелепипед</p> $V = a \cdot b \cdot c$	$S = 2ab + 2ac + 2bc$ $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
 <p>призма</p> $V = S_{\text{осн}} \cdot h$	$S = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$ <p>$S_{\text{осн}}$ – площадь основания h – высота</p>
 <p>пирамида</p> $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$	$S = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$

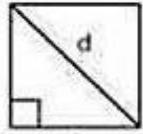
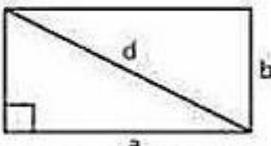
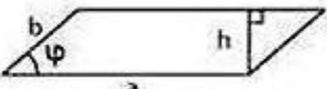
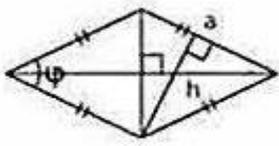
ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ

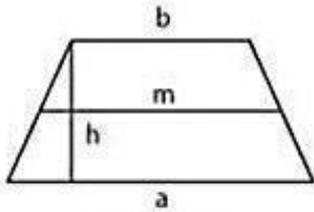
ОБЪЁМ	ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ
 <p>цилиндр</p> $V = \pi R^2 h$ <p>R – радиус основания h – высота</p>	$S = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}} =$ $= 2\pi R^2 + 2\pi Rh$

ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ

ОБЪЁМ	ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ
 <p style="text-align: center;">конус</p> $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$	$S = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}} = \pi R^2 + \pi RL$ <p style="text-align: center;">L – образующая</p> $L = \sqrt{R^2 + h^2}$
 <p style="text-align: center;">шар</p> $V = \frac{4}{3} \pi R^3$	$S = 4\pi R^2$

ПЛОЩАДЬ

 <p style="text-align: center;">квадрат</p>	$S = a^2$ $P = 4a \quad P \text{ – сумма сторон фигуры}$ $d = a\sqrt{2} \quad d \text{ – длина диагонали}$
 <p style="text-align: center;">прямоугольник</p>	$S = a \cdot b$ $d = \sqrt{a^2 + b^2}$
 <p style="text-align: center;">параллелограмм</p>	$S = a \cdot h$ $S = a \cdot b \cdot \sin \varphi \quad h \text{ – высота}$
 <p style="text-align: center;">ромб</p>	$S = a \cdot h$ $S = a^2 \cdot \sin \varphi \quad h \text{ – высота}$ $S = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2 \quad d_1 \text{ и } d_2 \text{ – диагонали}$

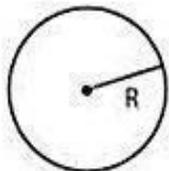


трапеция

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h \quad a \text{ и } b - \text{ основания}$$

h – высота

$$m = \frac{a+b}{2} - \text{ средняя линия}$$

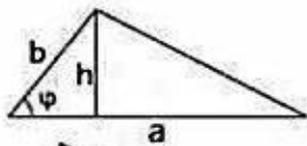


круг

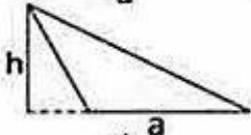
$$S = \pi R^2$$

$$L = 2\pi R = \pi D \quad D - \text{ диаметр}$$

L – длина окружности



$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$$



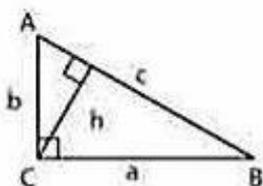
$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \varphi$$



$$S = p \cdot r \quad p - \text{ полупериметр}$$

r – радиус вписанной окружности

треугольник

прямоугольный
треугольник

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Второй вопрос: Практическое применение полученных знаний – решение задач.

Задача № 1:

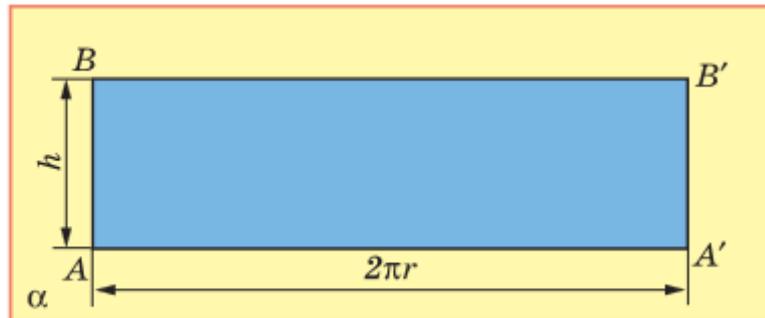
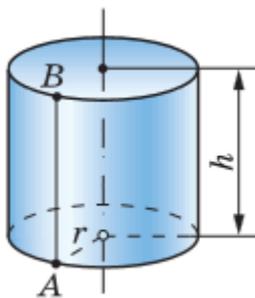
Площадь боковой поверхности цилиндра с радиусом основания 4 см равна 200 см^2 . Найти объем цилиндра.

Дано:

- 1) цилиндр
- 2) радиус основания $r=4 \text{ см}$
- 3) площадь боковой поверхности $S_{\text{б.п.}} = 200 \text{ см}^2$

Найти:

$V_{\text{ц.}} - ?$



$$S_{\text{бок}} = 2\pi r h.$$

$$V = \pi r^2 h.$$

$$V = S \cdot h.$$

Объём цилиндра равен произведению площади основания на высоту.

Решение:

$$1) S_{\text{б.п.}} = 2\pi r h = 200 \text{ (см}^2\text{)} \quad h = S_{\text{б.п.}} / 2\pi r = 200 / 2\pi \cdot 4 \quad h = 200 / 8\pi = 25 / \pi$$

$$2) V_{\text{ц.}} = S_{\text{осн.}} \cdot h = \pi r^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 25 / \pi = 16 \cdot 25 = 400 \text{ (см}^3\text{)}$$

Ответ: 400 см^3

Как решать задачи на нахождение объема многогранника сложной формы?

Покажем два способа.

Первый способ.

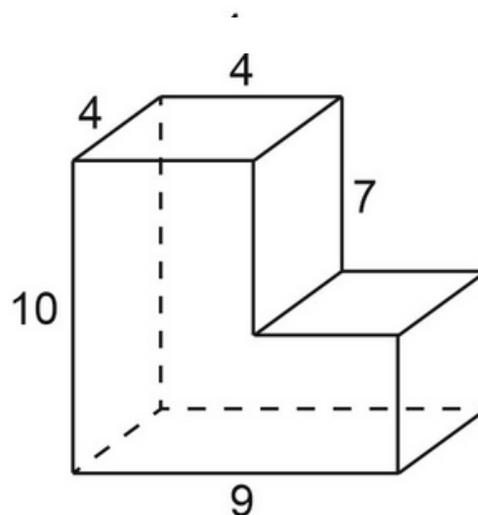
1. Составной многогранник достроить до полного параллелепипеда или куба.
2. Найти объем параллелепипеда.
3. Найти объем лишней части фигуры.
4. Вычесть из объема параллелепипеда объем лишней части.

Второй способ.

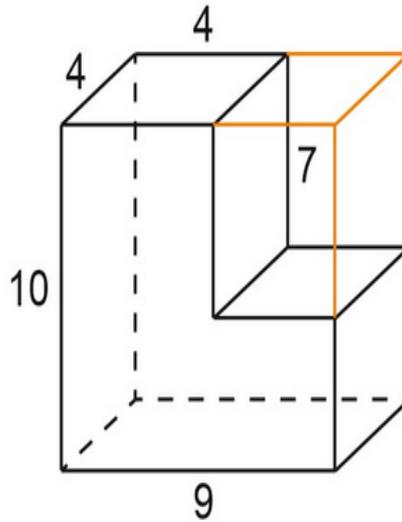
1. Разделить составной многогранник на несколько параллелепипедов.
2. Найти объем каждого параллелепипеда.
3. Сложить объемы.

Задача № 2:

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Решение:



1) Достроим составной многогранник до параллелепипеда.

2) Найдем объем параллелепипеда – для этого перемножим его длину, ширину и высоту: $V = 9 \cdot 4 \cdot 10 = 360$.

3) Найдем объем лишней части, то есть маленького параллелепипеда.

Его длина равна $9 - 4 = 5$, ширина 4, высота 7, тогда его объем $V_1 = 5 \cdot 4 \cdot 7 = 140$.

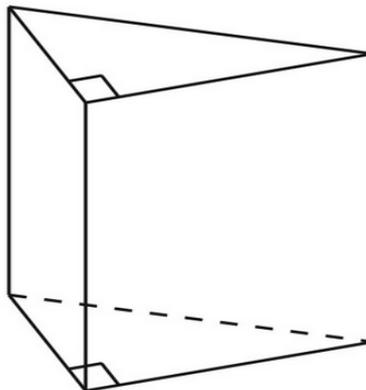
4) Вычтем из объема параллелепипеда объем лишней части и получим объем заданной фигуры:

$$V = 360 - 140 = 220.$$

Ответ: 220.

Задача № 3:

Основанием прямоугольной треугольной призмы служит треугольник с катетами 6 и 7, боковое ребро равно 6. Найдите объем призмы.



Решение:

Объем призмы равен $V = S_{\text{осн}} \cdot h$, а так как призма прямая, то ее боковое ребро является и высотой, то есть $h = 6$.

Основанием призмы является прямоугольный треугольник с катетами 6 и 7, тогда площадь основания

$$S_{\text{осн}} = \frac{1}{2} \cdot ab = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 7 = 21.$$

$$V = 21 \cdot 6 = 126.$$

Ответ: 126

Задание: (исходные данные):

1. Привести примеры многогранников и тел вращения в окружающем мире (природе), в строительстве зданий, сооружений (архитектуре), технике, быту.
2. Решить задачи, заданные преподавателем:
 - а) № 459,460,461 с. 124 Учебника 2019-2024 г.в., № 666,667,668 с. 165 Учебника 2012- 2014 г.в.,
 - б) № 388,389,390 с. 111 Учебника 2019-2024 г.в., № 593,594,595 с. 152 Учебника 2012- 2014 г.в.

Заключительная часть (по каждому занятию):

1. Закончить изложение материала.
2. Ответить на возникшие вопросы.
3. Подвести итоги занятия.
4. Выдать задание на самоподготовку (домашнее задание).

Задание на самоподготовку (по каждому занятию):

1. Детально проработать материал занятия, размещенный в данном план-конспекте, необходимые сведения учебника, указанного на с. 2 Конспекта занятия.
2. Решить задачи, заданные преподавателем.
3. Подготовиться к опросу по пройденному материалу.