

1 курс

**ПЛАН – КОНСПЕКТ**  
проведения лекционных занятий № 29-31  
по дисциплине «Математика»

**Раздел 9. Степени и корни. Степенная функция.**

**Тема № 9.2: «Преобразование выражений с корнями  $n$ -ой степени»**

Подготовил: преподаватель  
В.Н. Борисов

Рязань  
2025

**Лекционные занятия № 29-31 «Преобразование иррациональных выражений»  
по Теме № 9.2 «Преобразование выражений с корнями n-ой степени»**

**Цель занятий:** изучить со студентами понятие корня n-ой степени из действительного числа, арифметического корня натуральной степени, их свойства, решение задач на применение указанных понятий, свойств

**Виды занятий:** классно-групповые, комбинированные (по повторению, проверке знаний, умений по пройденному материалу, применению на практике полученных знаний).

**Методы проведения занятий:** доведение основных теоретических сведений, выполнение практических заданий.

**Время проведения:** 6 ч (3 занятия по 2 часа)

**Основные вопросы:**

1. Понятие арифметического корня натуральной степени, понятие корня n-ой степени из действительного числа.
2. Свойства корня n-ой степени.
3. Функции  $y = \sqrt[n]{x}$ , их свойства и графики.
4. Степень с рациональным показателем.
5. Степень с действительным показателем.
6. Преобразование иррациональных выражений.
7. Практическое применение полученных знаний – решение задач.

**Литература:**

1. [1 учебник раздела «Основные печатные и электронные издания» рабочей программы изучения дисциплины]: Алимов Ш.А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11 класс. Учебник. Базовый и углубленный уровень./Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева и др. – Москва: Просвещение, 2024.-463 с., ISBN 978-5- 09-112136-0. —Текст : электронный // ЭБС Лань — URL: <https://e.lanbook.com/book/408656>, с. 17-38 (часть 1) § 4, § 5 (2012-2017, 2024 годы издания, глава I);

**Примерный расчет времени (по каждому занятию):**

1. Вступительная часть – 20 мин.
2. Основная часть – 60 мин.
3. Заключительная часть – 10 мин.

## Вступительная часть:

Занятия начать с объявления темы занятия, основных рассматриваемых вопросов, времени изучения темы (повторение пройденного материала), опроса по пройденному материалу, закрепления на практике полученных знаний, перечисления литературы.

**Основная часть (повторение пройденного материала, изучение нового материала, выполнение практических заданий).**

**Первый вопрос: Понятие арифметического корня натуральной степени, понятие корня  $n$ -ой степени из действительного числа.**

### **Понятие арифметического корня натуральной степени.**

Сведения по данному вопросу представлены в 1-ом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на с. 17-19 (часть 1) § 4 (2012-2017, 2024 годы издания, глава I).

### **Понятие корня $n$ -ой степени из действительного числа.**



Корнем  $n$ -й степени ( $n = 2, 3, 4, \dots$ ) из числа  $a$  называется такое число  $b$ ,  $n$ -я степень которого равна  $a$ .

Корень пятой степени из 32 равен 2, так как  $2^5 = 32$ ;

а корнем четвёртой степени из 16 будут числа 2 и  $-2$ , так как  $2^4 = 16$  и  $(-2)^4 = 16$ .

Нахождение корня  $n$ -ой степени из числа  $a$  называется извлечением корня  $n$ -ой степени.

Число  $a$  называют подкоренным числом,

число  $n$  — показателем корня.

Если  $n = 2$ , то говорят «корень квадратный из  $a$ ».

Если  $n = 3$ , то вместо «корень третьей степени» часто говорят «корень кубический».

Если показатель корня  $n$  — чётное число, то существует два корня  $n$ -й степени из любого положительного числа  $a$  ( $a > 0$ ). Эти корни являются противоположными числами. Их обозначают  $\sqrt[n]{a}$  и  $-\sqrt[n]{a}$ . Если  $n = 2$ , то пишут  $\sqrt{a}$  (2 не пишут).

Если  $a = 0$ , то корень  $n$ -ой степени из  $a$  равен нулю.

Если  $a < 0$ , то корень  $n$ -ой степени из  $a$  не определён. Корень чётной степени из отрицательного числа не существует.

Если  $a \geq 0$ , то неотрицательный корень  $\sqrt[n]{a}$  называется арифметическим корнем  $n$ -ой степени из числа  $a$ .

*Пример:*

$\sqrt[4]{16} = 2$  — арифметический корень четвёртой степени из числа 16.  
 $\sqrt[4]{-16}$  не имеет смысла.

Если показатель корня  $n$  — нечётное число, то существует единственный корень  $n$ -й степени из любого числа (положительного, отрицательного или равного нулю), при этом  $\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$ .

Арифметический корень  $n$ -й степени это то же самое, что и корень  $n$ -ой степени, но разница в том, что **арифметический корень из неотрицательного числа есть неотрицательное число!** Арифметическим корнем  $n$ -ой степени из числа называют неотрицательное число,  $n$ -я степень которого равна подкоренному выражению.

### **Второй вопрос: Свойства корня $n$ -ой степени.**

Сведения по данному вопросу представлены в 1-ом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на с. 19 (часть 1) § 4 (2012-2017, 2024 годы издания, глава I).

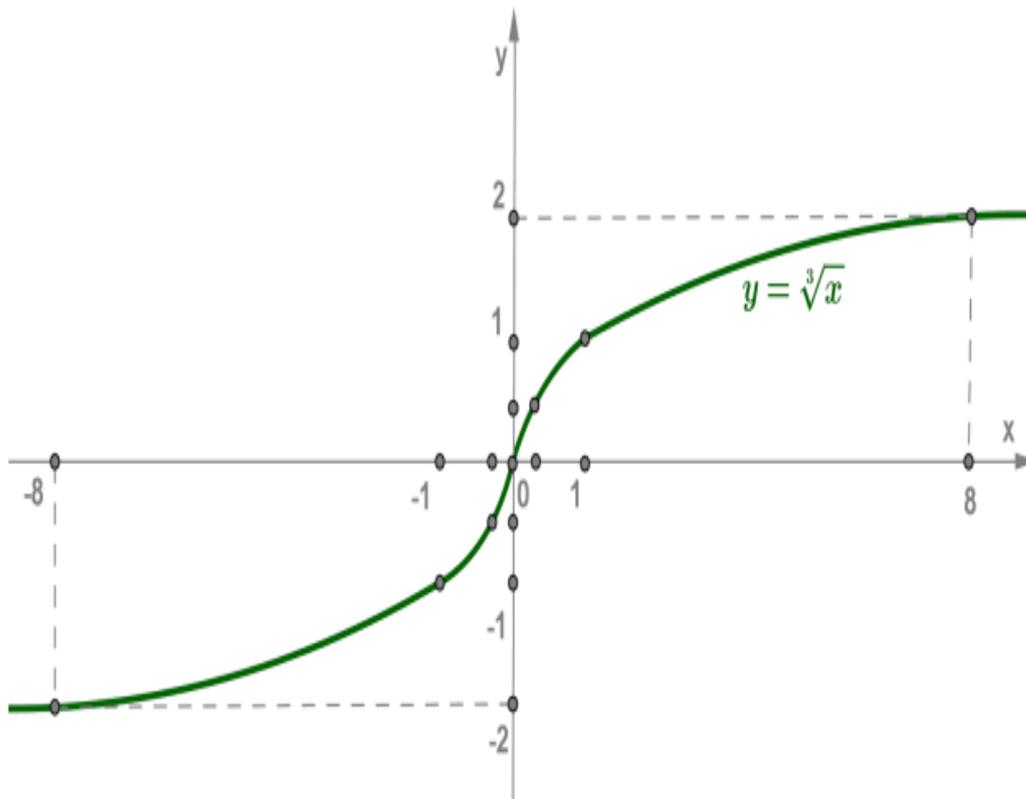
### **Третий вопрос: Функции $y = \sqrt[n]{x}$ , их свойства и графики.**

Построим график функции  $y = \sqrt[3]{x}$  и на его примере рассмотрим свойства функции корня  $n$ -й степени, где  $n$  — нечётное число (3, 5, 7...).

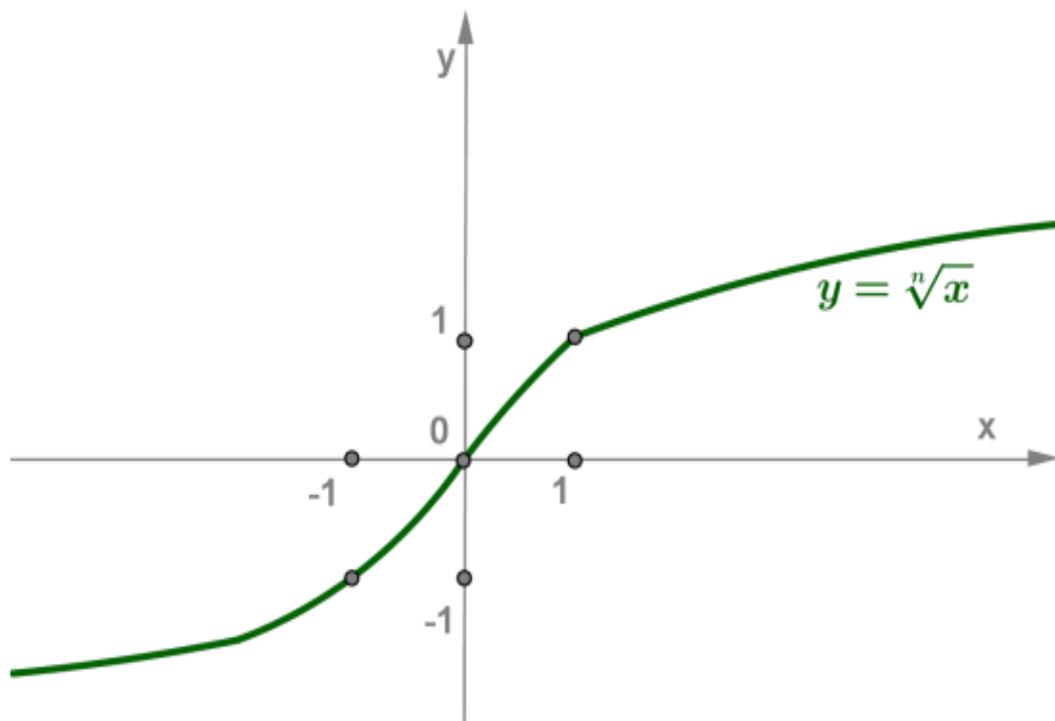
Для построения графика при  $x \geq 0$  заполним таблицу:

$x$	0	$\frac{1}{8}$	1	8
$y$	0	$\frac{1}{2}$	1	2

Отметим полученные точки на координатной плоскости и соединим их плавной кривой, затем к построенной ветви добавим ветвь, симметричную ей относительно начала координат.



Если  $n$  — нечётное число, то график функции  $y = \sqrt[n]{x}$  имеет вид, представленный на рисунке:



## Свойства функции $y = \sqrt[n]{x}$ , где $n$ — нечётное число

- 1) Область определения функции  $D(f) = (-\infty; +\infty)$ ;
- 2) область значений функции  $E(f) = (-\infty; +\infty)$ ;
- 3) функция возрастает при  $x \in (-\infty; +\infty)$ ;
- 4) не имеет наибольшего и наименьшего значений;
- 5) не ограничена сверху и снизу;
- 6) непрерывна;
- 7) функция выпуклая вниз на луче  $(-\infty; 0]$ , выпуклая вверх на луче  $[0; +\infty)$ ;
- 8) нечётная функция.

### **Четвёртый вопрос: Степень с рациональным показателем.**

Сведения по данному вопросу представлены в 1-ом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на с. 24-27 (часть 1) § 5 (2012-2017, 2024 годы издания, глава I).

### **Пятый вопрос: Степень с действительным показателем.**

Сведения по данному вопросу представлены в 1-ом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на с. 27-31 (часть 1) § 5 (2012-2017, 2024 годы издания, глава I).

### **Практическая часть.**

### **Шестой вопрос: Преобразование иррациональных выражений.**

Сведения по данному вопросу представлены в 1-ом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на с. 17-31 (часть 1) § 4, § 5 (2012-2017, 2024 годы издания, глава I).

### **Седьмой вопрос: Практическое применение полученных знаний – решение задач.**

#### **Решение задач на применение понятий корня $n$ -ой степени из действительного числа, арифметического корня натуральной степени, их свойств.**

Сведения по данному вопросу представлены в 1-ом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на с. 17-38 (часть 1) § 4, § 5 (2012-2017, 2024 годы издания, глава I).

**Задание:**

1. Рассмотреть примеры выполнения практических заданий (решение задач), приведенных в § 4, § 5 1-ого учебника раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины «Математика» (с.17-38 Учебника по алгебре).
2. Решить задачи, заданные преподавателем (из приведенного ниже списка):  
№ 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36 (с.21), № 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 68, 72, 73, 74, 96, 97, 98, 99, 103 Учебника по алгебре.

**Заключительная часть (по каждому занятию):**

1. Закончить изложение материала.
2. Ответить на возникшие вопросы.
3. Подвести итоги занятия.
4. Выдать задание на самоподготовку (домашнее задание).

**Задание на самоподготовку (по каждому занятию):**

1. Детально проработать материал занятия, размещенный в данном план-конспекте, необходимые сведения учебника, указанного на с. 2 Конспекта занятия.
2. Решить задачи, заданные преподавателем.
3. Подготовиться к опросу по пройденному материалу.