1 курс

ПЛАН – КОНСПЕКТ
проведения лекционных занятий № 33-34 по дисциплине
«Математика»

Раздел 6. Производная функции, ее применение.

Тема № 6.2: «Производные суммы, разности, произведения, частного. Формулы и правила дифференцирования»

Лекционные занятия № 33-34

Подготовил: преподаватель
В.Н. Борисов

Рязань 2024

Лекционные занятия № 33-34
по Теме № 6.2 «Производная суммы, разности, произведения, частного. Формулы и правила дифференцирования»

Цель занятий: изучить со студентами производную суммы, разности, произведения, частного, формулы и правила дифференцирования

Виды занятий: классно-групповые, комбинированные (по проверке знаний, умений по пройденному материалу, по изучению и первичному закреплению нового материала).

Метод проведения занятий: доведение теоретических сведений, выполнение практических заданий.

Время проведения: 4 ч (2 занятия по 2 ч)

Основные вопросы:

1. Правила дифференцирования.
2. Формулы дифференцирования.
3. Практическое применение полученных знаний – решение заданий.

Литература:

1. [1 учебник раздела «Основные печатные и электронные издания» рабочей программы изучения дисциплины]: Алимов Ш.А. Математика: алгебра и начала математического анализа,геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11 класс. Учебник. Базовый и углубленный уровень./Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева и др. – Москва: Просвещение, 2024.-463 с., ISBN 978-5-09-112136-0. —Текст : электронный // ЭБС Лань — URL: https://e.lanbook.com/book/408656, с. 231-247 (часть 5), с. 248-250 (часть 6), **§44,45,46,47 (2012-2017,2024 годы издания**, глава **VIII**).

Примерный расчет времени (по каждому занятию):

1. Вступительная часть – 20 мин.
2. Основная часть – 60 мин.
3. Заключительная часть – 10 мин.

Вступительная часть (по каждому занятию):

Занятие начать с объявления темы занятия, основных рассматриваемых вопросов, времени изучения темы (нового материала), закрепления на практике полученных знаний, перечисления литературы, опроса по пройденному материалу.

Основная часть (теоретическая):

Первый вопрос: <u>Правила дифференцирования.</u>

Пусть $u(x)$ и $v(x)$ – функции, дифференцируемые в точке x, тогда справедливы следующие формулы:

1) $(u \pm v)' = u' \pm v'$

2) $(u \cdot v)' = u \cdot v' + u' \cdot v$

3) $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - v'u}{v^2}$, если $v \neq 0$

При вычислении производной используются следующие правила дифференцирования суммы, произведения и частного:

1. Производная суммы равна сумме производных:

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x). \qquad (1)$$

2. Постоянный множитель можно вынести за знак производной:

$$(cf(x))' = cf'(x). \qquad (2)$$

3. Производная произведения:

$$(f(x)\,g(x))' = f'(x)\,g(x) + f(x)\,g'(x). \qquad (3)$$

4. Производная частного:

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)}. \qquad (4)$$

Формулы (3) и (4) справедливы при условии, что функции $f(x)$ и $g(x)$ имеют производную в точке x, причём в равенстве (4) $g(x) \neq 0$.

5. Производная сложной функции.
Рассмотрим функцию $F(x) = \log_2(x^2 + 1)$. Эту функцию можно рассматривать как *сложную функцию* $f(y) = \log_2 y$, где $y = g(x) = x^2 + 1$, т. е. как функцию $f(y)$, аргумент которой также является

функцией $y = g(x)$. Иными словами, *сложная функция — это функция от функции* $F(x) = f(g(x))$. Производная сложной функции находится по формуле $F'(x) = f'(y)\,g'(x)$, где $y = g(x)$, т. е. по формуле

$$\big(f(g(x))\big)' = f'(g(x))\,g'(x). \qquad (5)$$

Также сведения по данному вопросу представлены в 1-ом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на на с. 231 - 242 (часть 5) **§ 44,45,46 (2012-2017,2024 годы издания**, глава **VIII**).

Второй вопрос: <u>Формулы дифференцирования.</u>

Элементарными функциями **называют степенную, показательную, логарифмическую и тригонометрические функции, а также их различные комбинации. При решении многих практических задач часто приходится находить производные таких функций.**

Например, напряжение в цепи переменного тока выражается формулой $U(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$; для нахождения силы тока $I(t)$ нужно уметь находить производную $U'(t)$, так как $I(t) = U'(t)$.

<u>Производная степенной функции.</u>

$$C' = 0,\ (x)' = 1,\ (x^2)' = 2x,\ (x^3)' = 3x^2,$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}\ \ (x \neq 0), \quad (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}\ \ (x > 0).$$

$$((kx + b)^p)' = pk\,(kx + b)^{p-1}.$$

Производная показательной функции.

Показательная функция $f(x) = a^x$, где $a > 0$, $a \neq 1$, определена на всей числовой прямой и имеет производную в каждой её точке. Любую показательную функцию можно выразить через показательную функцию с основанием e по формуле

$$a^x = e^{x \ln a}, \tag{1}$$

так как $e^{x \ln a} = (e^{\ln a})^x = a^x$. В курсе высшей математики доказывается, что функция e^x обладает замечательным свойством: её производная также равна e^x, т. е.

$$(e^x)' = e^x. \tag{2}$$

Применяя правило дифференцирования сложной функции, получаем

$$(e^{kx+b})' = ke^{kx+b}. \tag{3}$$

Например, $(e^{3x+1})' = 3e^{3x+1}$, $(e^{-2x-4})' = -2e^{-2x-4}$.

Производная логарифмической функции.

Логарифмическую функцию $\log_a x$ с любым основанием $a > 0$, $a \neq 1$ можно выразить через логарифмическую функцию с основанием e с помощью формулы перехода

$$\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}. \tag{5}$$

Производная функции $\ln x$ выражается формулой

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \ x > 0. \tag{6}$$

Применяя правило дифференцирования сложной функции, получаем

$$(\ln(kx+b))' = \frac{k}{kx+b}. \tag{7}$$

Формулы дифференцирования.

Приведём сводную таблицу.

$$(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x),\quad (cf(x))' = cf'(x),$$
$$(f(x)\,g(x))' = f'(x)\,g(x)+f(x)\,g'(x),$$
$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)\,g(x)-f(x)\,g'(x)}{g^2(x)},$$
$$(f(g(x)))' = f'(g(x))\cdot g'(x).$$

$$((x)^p)' = px^{p-1},\quad (e^x)' = e^x,\quad (\ln x)' = \frac{1}{x},$$
$$(a^x)' = a^x\ln a,\quad (\log_a x)' = \frac{1}{x\ln a},$$
$$(\sin x)' = \cos x,\quad (\cos x)' = -\sin x.$$

1) $C' = 0;$

2) $x' = 1;$

3) $\left(x^{\alpha}\right)' = \alpha x^{\alpha-1}$

4) $\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

5) $\left(e^x\right)' = e^x$

6) $\left(a^x\right)' = a^x\ln a$

7) $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$

8) $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x\ln a}$

9) $(\sin x) = \cos x$

10) $(\cos x)' = -\sin x$

11) $(tgx)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

12) $(ctgx)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$

13) $(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

14) $(\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

15) $(arctgx)' = \dfrac{1}{1+x^2}$

16) $(arcctgx)' = -\dfrac{1}{1+x^2}$

Также сведения по данному вопросу представлены в 1-ом учебнике раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины на на с. 231 - 247 (часть 5), с. 248-250, **§ 44,45,46,47** (**2012-2017,2024 годы издания**, глава **VIII**).

Практическая часть.

Третий вопрос: Практическое применение полученных знаний – решение задач.

Задание: (исходные данные):

1. Рассмотреть примеры выполнения практических заданий (решение задач), приведенных в **§ 44, 45,46,47** 1-ого учебника раздела «Основной учебной литературы» рабочей программы изучения дисциплины «Математика» (с.231-250).

2. Решить задачи, заданные преподавателем (из приведенного ниже списка): № 802, 803, 805, 814, 831, 836, 841 Учебника.

Заключительная часть (по каждому занятию):

1. Закончить изложение материала.
2. Ответить на возникшие вопросы.
3. Подвести итоги занятия.
4. Выдать задание на самоподготовку (домашнее задание).

Задания на самоподготовку (домашние задания, на каждое занятие):

1. Детально проработать, законспектировать материал занятия, размещенный в данном план-конспекте, в учебнике, указанном на с.2 План-конспекта занятия.
2. Решить задачи, заданные преподавателем.
3. Подготовиться к опросу по пройденному материалу.